

Dušan **JEDINÁK**

K výročiam
významných matematikov
(v školskom roku 2027/2028)



Úvodný príhovor

Zmysluplné školské matematické vzdelávanie potrebuje zakorenenie do prirodzenej reality všedných dní, do životného prostredia pracovitých ľudí. Jednou z možností ako priblížiť študentom okolnosti zrodu matematických poznatkov je aj spomienka na život a dielo významných matematikov. Tak sa často dozvieme ako zaujímavo sa rodilo nové poznanie, za akých okolností si prerazilo cestu vpred. Životopisné poznámky môžu byť pestrým zdrojom informácií o osudoch ľudí, ktorí chápali hlboký význam odhaľovania podnetných abstraktných súvislostí.

Aj školská matematika má svoje významné postavy, o ktorých máme nielen vedieť, ale možno aj ich v niečom tvorivo nasledovať.

Predložený súbor (10 medailónov) je predovšetkým určený pre spomienku na význačných matematikov, ktorí majú v školskom roku **2027/2028** „okružle“ výročie (deliteľné piatimi) narodenia alebo úmrtia. Nahliadnutie do textu príspevkov umožní žiakom aj ich učiteľom osviežiť si základné údaje o dobe i prostredí, v ktorom títo úspešní matematici žili a tvorili. Možno sa tým „oživia“ niektoré ich matematické objavy a prínosy pre matematickú kultúru všeobecne, ale aj pre každého čitateľa zvlášť.

O b s a h

(životopisné medailóny)

Legendre
Kolmogorov
d'Alembert
Whitehead
Newton
Hilbert
Erdős
Venn
Zermelo
Pascal

Prajem vám radostný životopisný zážitok aj na poli školskej matematiky.

Adrien Marie LEGENDRE – prívetivý a pracovitý matematik

Pre spomienku

V niektorých obťažných problémoch geofyziky a meteorológie je potrebné využiť aj *Legendrove polynómy*. V špeciálnom prípade sú aj riešením určitej obyčajnej diferenciálnej rovnice druhého rádu. V teórii čísiel je zavedený *Legendrov symbol*. Sú ešte aj ďalšie označenia, ktoré pripomínajú francúzskeho matematika s menom Adrien Marie Legendre (18. 9. 1752 – 10. 1. 1833).



Postupnosť životného osudu

Pochádzal zo zámožnej toulouskej rodiny, ktorá sa presťahovala do Paríža. Tam na Collége Mazarin vyštudoval i obhájil prácu z matematiky a fyziky (1770). V rokoch 1775–1780 učil na vojenskej škole v Paríži. Tam skúmal aj dráhy striel prekonávajúce odpor prostredia. Od roku 1782 bol vedúcim matematického oddelenia Akadémie v Berlíne. Neskôr bol examinátorom Ecole Polytechnique (1788–1815; od roku 1816 bol aj jej profesorom). Členom Úradu pre miery a váhy bol od roku 1813. Po revolúcii (1793) mal Legendre finančné i politické problémy. Nezhody s verejnými činiteľmi ho priviedli (od roku 1824) aj k strate penzie a životu v chudobe.

Odborné výsledky



Závažne zasiahol do teórie čísiel. Ukázal, že π ani π^2 nie sú racionálne čísla; naznačil, že by mohli byť transcendentné (to ukázal roku 1882 Lindemann). Nezávisle od C. Gaussa (1877–1855) formuloval (1806) metódu najmenších štvorcov a využil ju na zefektívnenie geodetických výpočtov. Vyslovil zákon reciprocity kvadratických foriem. Formuloval aj zákon rozloženia prvočísiel (1808). Napísal učebnice teórie čísiel (1798; 1830) a využitia eliptických funkcií. Dokázal, že eliptické integrály možno upraviť na kanonický tvar a našiel ich rozklad na rady i zostavil tabuľky ich hodnôt. Jeho práca z elementárnej geometrie (1794) bola základnou učebnicou v celej Európe počas storočia. Vydal aj významné geodetické i astronomicko–teoretické pojednania (napr. dráhach komét). Bol členom Kráľovskej spoločnosti v Londýne (1787).

Skromný odkaz

Legendre považoval napr. Euklidovo tvrdenie o súčte vnútorných uhlov v trojuholníku za jednu zo základných nevyvrátiteľných právd, ktoré sú príkladom trvalej matematickej istoty. Túžil po sláve, ale len po tom, aby o ňom hovorili iba výsledky jeho odborných prác, ktoré sa stali jeho životom. Natrvalo sa zapísal medzi úspešných tvorcov v matematike, astronómii i geodézii.

Andrej N. KOLMOGOROV – nie príkazom, ale príkladom

Byť matematikom?

Kedy sa človek stáva matematikom? Možno vtedy, keď prvýkrát samostatne odhalí matematickú závislosť. Ak vybadá štruktúru javov, keď uvidí súvislosti medzi zdanlivo nezávislými okolnosťami. Univerzálnosť poznatkov bola vždy ozdobou matematických úvah.



Zdá sa vám jasné, na prvý pohľad, že $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$, pre každé prirodzené číslo n ? Ak to skúsime vyčísliť napr. pre $n = 5$, tak bude $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$, teda naozaj 5^2 . Ale ako to dokázať všeobecne, pre každé prirodzené číslo n ? Vyšetrite situáciu najprv pre párne n , potom pre nepárne (iná možnosť už nie je). Ak n je párne číslo, tak rad je takýto:

$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 5) + (2n - 3) + (2n - 1)$. Môžeme sčítat prvý člen s posledným, druhý s predposledným, atď. Dvojíc sčítancov je $n/2$ a tie jednotlivé dvojice majú vždy súčet $2 \cdot n$. Teda celý súčet radu je $\frac{n}{2} \cdot 2n = n^2$. Ak bude n číslo nepárne, tak aj počet členov v danom rade bude nepárny, prostredný člen bude práve číslo n , takto:

$$1 + 3 + 5 + \dots + n + \dots + (2n - 5) + (2n - 3) + (2n - 1)$$

Opäť sčítame prvý s posledným, druhý člen s predposledným, atď. Ich jednotlivé súčty sú $2 \cdot n$, ich počet je $(n-1)/2$. Celkový súčet spolu by bol $\left(\frac{n-1}{2}\right) \cdot 2n$. Ale treba ešte pripočítať prostredný člen n (ten nie je do páru, lebo všetkých sčítancov bol nepárny počet). Teda spolu je súčet

$\left(\frac{n-1}{2}\right) \cdot 2n + n = \frac{2n^2 - 2n}{2} + n = n^2 - n + n = n^2$. Opäť vyšlo n^2 . Tým je dokázané, že vždy, pre každé prirodzené číslo n , platí $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$.

Možno takto uvažoval šesť-sedem ročný Andrej Kolmogorov, budúci svetoznámy ruský matematik, keď samostatne prišiel k záveru, že súčet nepárnych čísel idúcich za sebou sa rovná druhej mocnine čísla, ktoré udáva ich počet. Už vtedy sa prejavil jeho matematický talent. Dvanásťročný Andrej sa naučil základy vyššej matematiky. Devätnásťročný Kolmogorov napísal prvú vedeckú prácu o všeobecnej teórii operácií s množinami. Odvtedy ho matematika neopustila. Stal sa matematikom.



Život s matematikou

Andrej Nikolajevič Kolmogorov sa narodil v Tambove 25. apríla 1903. Matka zomrela hneď po jeho narodení. Otec, agronóm, nechal syna vychovávať sestrám

svojej ženy. Ich starostlivosťou sa v mladíkovi postupne prebudili zmysel pre zodpovednosť, neznášanlivosť k nečinnosti, samostatnosť a usilovná pracovitosť. Andrej si predsavzal pozorované javy nielen si zapamätať, ale aj pochopiť ich a porozumieť súvislostiam medzi nimi. V roku 1920 sa stal študentom Moskovskej univerzity. Nevedel sa rozhodnúť o svojich záujmoch. Okrem matematiky a fyziky si medzi prednášky zapísal aj dejepis, lebo ho priťahovala ruská história a umenie. Prednášky v seminároch V.V. Stepanova a N.N. Luzina mu nadhodili množstvo zaujímavých matematických problémov z oblasti teórie konvergenencie trigonometrických radov. Kolmogorov ako prvý zostrojil príklad všade divergentného Fourierovho radu. Stal sa známym matematikom.



Po skončení štúdia na univerzite zostal tam ašpirantom. V roku 1931 bol vymenovaný za vysokoškolského profesora. Akademikom sa stal v roku 1939, bol iba tridsaťšesťročný. Od roku 1925 sa Kolmogorov intenzívne zaoberal teóriou pravdepodobnosti. Spolu s matematikom A. Ja. Činčinom položili prvé základy axiomatizácie pre teóriu pravdepodobnosti. V rokoch 1934–1941 Kolmogorov vytvoril viac ako 50 vedeckých pojednaní, ktoré riešili úlohy z oblasti matematickej štatistiky, geometrie, topológie, funkcionálnej analýzy, teórie funkcií aj z matematickej logiky. Kolmogorov sa stal svetoznámy.

S matematikou pre službu vlasti

Počas druhej svetovej vojny Kolmogorov prispel k riešeniu obranných úloh národného hospodárstva, vyriešil otázky štatistickej kontroly kvality hromadnej priemyselnej produkcie. Rozvinul teóriu náhodných procesov, ktorá sa uplatnila v teórii procesov jadrového odpadu.



Tvorivá matematická práca Andreja Nikolajeviča prispela k riešeniu úloh v oblasti teórie informácií, teórie dynamických systémov, teórie automatickej regulácie, ale aj v matematickej lingvistike. Kolmogorov vynikal hlbokými komplexnými vedomosťami, výbornými analytickými aj kombinačnými schopnosťami. Po celý život sledoval otázky pedagogické i metodologické. Podieľal sa na zostavení Veľkej ruskej encyklopédie. Podstatne prispel k založeniu a organizácii internátnej školy pre žiakov s nadaním pre matematiku a fyziku pri Moskovskej štátnej univerzite. Spolu s akademikom I.K. Kikoinom založili (1970) populárnovedecký matematicko–fyzikálny časopis *Kvant*, ktorý úspešne šíril matematickú osvetu.

Časté ocenenia

Za úspešnú vedeckú, pedagogickú a organizátorskú prácu získal A. N. Kolmogorov sedem ráz Leninov rád, Štátnu cenu, Čebyševovu cenu a celý rad ďalších ocenení. V roku 1963 dostal Bolzanovu medailu za zásluhy v matematických vedách.



Bol členom viac než 20 zahraničných akadémií vied napr. vo Francúzsku, Anglicku, Holandsku, Poľsku, Maďarsku i USA.

Andrej Nikolajevič Kolmogorov zomrel 20. októbra 1987. Zanechal hlbokú stopu v mnohých matematických disciplínach. Skromnou dušou a tvorivým rozumom prispel k rozvoju celej ľudskej kultúry. Svojim žiakom, spolupracovníkom a všetkým priateľom túžby po hlbokom poznaní odkázal: *Musíme si uvedomiť, ako budovať trvalú, veľkú, rozvíjajúcu sa ľudskú kultúru. Ako vystihnúť celú šírku tohto pojmu a stať sa účastníkom budovania najkrajšej budovy pre ľudstvo a človeka... Budúcnosť si predstavujem ako kráľovstvo rozumu.*



Jean D'ALEMBERT – encyklopedista odhalených poznatkov

Úvodná otázka

Spýtali sa známeho matematika, aká je pravdepodobnosť, že pri hode jednej mince dvakrát za sebou, sa aspoň raz ukáže "hlava"? Ten uvažoval možno takto: *Hlava prvým hodom, hlava druhým hodom, žiadna hlava. Pravdepodobnosť priaznivých prípadov sú 2/3.* Avšak to nie je správna úvaha. Pravdepodobnosť padnutia opaku hlavy v prvom hode je 1/2, pri druhom hode tiež. Pravdepodobnosť padnutia opaku hlavy v oboch hodoch je 1/4, teda pravdepodobnosť padnutia hlavy aspoň v jednom prípade (to je negácia žiadneho prípadu) je $1 - (1/4) = 3/4$. Majstrom tesárom, ktorý sa "sekol" v roku 1754, bol v tomto prípade, podľa tradície, slávny francúzsky učenec d'Alembert (1717–1793). Dnešný študent gymnázia by mal vedieť, že elementárne javy tohto prípadu sú (0,0), (1,0), (0,1), (1,1) a z nich vyhovujú zadaniu úlohy tri (aspoň raz 1), teda pravdepodobnosť bude 3/4.

Životné osudy

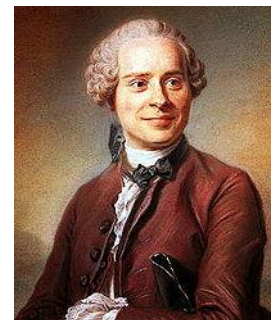


Ako novorodenca ho našli odloženého na schodoch kostola Jean le Rond. Vychovali ho v rodine sklára Alemberta. Matka sa neho nezaujímalá, otec mu poskytol skromné prostriedky na výchovu i štúdium. Stal sa advokátom. Neodolateľne túžil po matematických poznatkoch a vedomostiach z prírodných vied aj medicíny. Vytušil, že *matematické abstrakcie nám uľahčujú poznávanie vnímaných predmetov, sú však užitočné vtedy, ak sa neobmedzujeme len ne.* Prijal Diderotovu ponuku na

redaktorstve *Encyklopédie – Výkladového slovníka vied, umení a remesiel*, ktorá vychádzala v rokoch 1751–1772. Zodpovedal za matematickú časť. Bol autorom celého radu hesiel z matematiky, fyziky, práva, ale aj hudby a náboženstva. Prispel k novej filozofii tohto osvieteného diela v zmysle otvárajúcom priestor pre slobodu myšlienkových postupov. *Dve veci sú potrebné, aby ľudský duch získal umenie odhadu: cvičiť sa v presných dôkazoch a neobmedzovať sa len na ne. Iba keď si zvykneme rozpoznať pravdu v celej jej čistote, budeme môcť neskôr rozšíriť aj to, čo k nej má blízko alebo ďaleko.*

Rozum a poznanie

Filozofia nie je nič iné ako aplikácia rozumu na rozličné predmety, o ktorých rozum môže vypovedať. D'Alembert odsúdil špekulatívnu metafyziku, kliesnil cestu vedeckému poznaniu v konkrétnych vedách. *Ak by sme sa postavili proti vedám, neresti by nám ostali a navyše by sme boli aj bez poznania.* Nenútil ostatných, aby mysleli ako on, uprednostňoval nezávislosť, slobodu názorov,



presvedčivosť argumentov. Vtipne poznamenal: *Takmer o čomkoľvek možno povedať čokoľvek*. Bol proti náboženskej neznášanlivosti, duchovnému i svetskému zneužívaniu moci.

Vesmír je šírý oceán, na ktorého povrchu pozorujeme niekoľko väčších či menších ostrovov, ktorých spojenie s pevninou je nám skryté. V klasifikácii vied



uznal tri schopnosti človeka – pamäť, rozum, predstavivosť. Vnímal dva ľudské rozmery – materiálny a duchovný. *Boh, človek, príroda, to sú podľa všeobecného delenia tri hlavné predmety filozofického skúmania*. Bol skeptikom v odpovedi na úplné poznanie podstaty sveta i poznania boha. *Najvyšší rozum roztrhol závoj a ukázal sa, nič nepridal svetlu nášho rozumu pokiaľ ide o dôkazy, že jestvuje, iba nám umožnil dokonale využívať toto svetlo a konať podľa neho*. Chcel uctievať boha rozumom a pravdou.

Jediný spôsob, ako správne preberať základy presnej a prísnej vedy, je použiť pri nej maximálnu presnosť a prísnosť. D'Alembert urobil rozhodujúci krok pre objasnenie pojmu derivácie ako limity pomeru prírastkov, študoval konvergenciu niektorých radov i niektoré funkcionálne rovnice. *Utvoriť si presné pojmy o tom, čo geometri nazývajú infinitezimálnym počtom, znamená si urobiť najprv celkom jasnú predstavu o tom, čo je nekonečno.* V *Rozprave o dynamike* (1743) otvoril cestu vzniku analytickej mechaniky a matematizácii fyziky. Vyslovil všeobecné pravidlá pre zostavenie diferenciálnych rovníc pre opis pohybu sústav hmotných bodov. Formuloval princíp o okamžitej rovnováhe zotrvačných síl a síl pôsobiacich na teleso. V práci o kmitaní struny sformuloval vlnovú rovnicu a ukázal postup na jej riešenie. V astronómii skúmal pohyb Mesiaca a nebeských telies, zaoberal sa teóriou gravitácie. Parížskej akadémii vied zaslal práce o pohybe pevných telies v kvapalinách a o integrálnom počte.

Úspešný vedec



Jean-Baptiste Le Rond d'Alembert (17.11.1717 – 29.10.1783), francúzsky matematik, fyzik, astronóm a filozof, jeden z najvýznamnejších vedcov 18. storočia, ovplyvnil svojím dielom celú Európu. Uvažoval o predpokladoch poznania, dôveryhodnosti vedeckých poznatkov. Navrhoval uplatňovať rozum proti predsudkom a fanatizmu. Vytušil budúci pozitivizmus filozofických úvah. Od roku 1754 bol členom Francúzskej akadémie, riadnym členom Kráľovskej akadémie vied sa stal roku 1765. Ponúkol veľa odvážnych činov i objavných myšlienok. *Schopnosť vštepiť do hláv bez námahy pravdivé a jednoduché pojmy, je oveľa záslušnejšia činnosť, než si myslíme.*

Svetlom poznania odhaľujeme naše pochybenia. V plodoch výstižných právd sa zušľachtujú ľudské predstavy. D'Alembert, učenec spolupracujúci na poli matematiky, fyziky i filozofie ponúkal (pre učiteľov počtov a merby) sympatickú myšlienku: *Geometria je akýmsi koníčkom, ktorého nám dala príroda, aby nás potešoval a zabával v temnotách.* Tým, ktorí sú až príliš vážni matematici, možno odkázal d'Alembert svoj názor: *V triezvom matematikovi nepracuje obrazotvornosť menej než vo vynaliezavom básnikovi.* Štúdium matematiky prináša harmóniu poézie i efektívnosť remeselnej zručnosti. Skúsenosti rozumu odkrývajú spleť vzťahy a rozširujú praktické použitie matematických poznatkov.



Alfred North WHITEHEAD – svet je duchovný stav

System tvorivých zmien

Svet je proces, v základoch ktorého je zmena, dianie, udalosti. Zmena neznamená vždy chaos, ale môže stelesňovať i poriadok, systém, organizáciu. Skutočnosť je ako tvorivý proces, ako organizmus, ktorý sa ustavične rozvíja, ktorý je v nepretržitej činnosti. Organizácia je možná len tam, kde sú uznávané trvalé hodnoty. Umenie pokroku spočíva v zachovaní poriadku uprostred zmien a v zachovaní zmien uprostred poriadku.

Život filozofa



Anglický filozof, matematik a logik A. N. Whitehead (15. 2. 1861 – 30. 12. 1947) pochopil filozofiu ako pokus vyjadriť predpokladanú neobmedzenosť (neohraničenosť) vesmíru ohraňovanými prostriedkami nášho jazyka. Rozpracoval filozofický systém na predstave organizmu. Za hybnú silu vývoja považoval kozmickú emocionálnu energiu, ktorá v sebe zahrňuje všetky formy energie zároveň s ich účelom a zmyslom pre neustály tvorivý vývoj. Pokúsil sa opísať metafyzický systém, kde chápal prírodné i duchovné zmeny ako proces organizácie. Svoje názory

vyložil hlavne v dielach *Veda a moderný svet* (1925), *Proces a realita* (1929) a *Dobrodružstvá ideí* (1933). ***Umenie pokroku spočíva v zachovaní poriadku uprostred zmien a v zachovaní zmien uprostred poriadku... Každá schéma analýzy prírody sa musí vyrovnat' s dvoma skutočnosťami: so zmenou a pretrvávaním.***

Dielo logika i matematika

Jeho prvou a poslednou láskou bola a zostala symbolická logika. Po štúdiu v Trinity College v Cambridgei tam zostal prednášať. Vydal *Rozpravu o univerzálnej algebre* (1906), *Axiómy projektívnej geometrie* (1906), *Úvod do matematiky* (1911). Spolu s B. Russellom vydal známe trojzväzkové *Principia Mathematica* (1910–1913), základné dielo symbolickej logiky. Zámerom bolo naznačiť všeobecnú aplikáciu matematickej logiky na oblasť geometrie a fyziky.

Matematiku chápal ako najoriginálnejší výtvar ľudského ducha, ako vedu o najzložitejších abstrakciách, k akým môže ľudský um dospieť. ***Matematika je myslenie pohybujúce sa vo sfére úplného abstrahovania od každého jednotlivého prípadu toho, o čom práve vypovedá... Pokiaľ sa zaoberáme čistou matematikou, sme v ríši úplnej absolútnej abstrakcie... Najväčšie abstrakcie sú tými pravými nástrojmi, ktorými kontrolujeme svoje uvažovanie o konkrétnych faktoch... Originalita matematiky spočíva v tom, že v matematickej vede sú vyjadrené vzťahy***

medzi vecami, ktoré sa bez sprostredkovania ľudským rozumom nedajú vôbec postihnúť. Nebál sa pripustiť, že matematické bádanie je božské bláznovstvo ľudského ducha, únik od dotieravej nástojčivosti náhodných udalostí. Vedel, že istota matematiky závisí od jej úplnej abstraktnej všeobecnosti. Uznal aj to, že nemôžeme mať nijakú apriórnu istotu o pravdivosti svojho presvedčenia, že entity pozorované v reálnom svete sú zvláštnym prípadom toho, čo zahŕňa naše všeobecné uvažovanie. Napriek tomu, ako zásadne ocenil zmysel matematiky, Whitehead priznal: *Vzhľadom k nesmiernosti svojej látky je matematika (i moderná matematika) vedou v plienkach. Ak sa civilizácia bude ďalej rozvíjať, potom v budúcich dvoch tisícročiach bude najväčšou novinkou v ľudskom myslení nadvláda matematického rozumu.*



Na hrane rozumu a viery

Vytrvalo hľadal hlboké súvislosti medzi vedou, moderným svetom i náboženstvom. *Veda je podnikanie, v ktorom sa rozum opiera o vieru.* Napísal práce *Náboženstvo vo vývoji* (1926), *Funkcia rozumu* (1929), *Príroda a život* (1934), *Mody myslenia* (1938). Spoznal, že *nové idey nemožno vyjadriť starými pojmi.* Jeho prírodovedným presvedčením bolo: Hlásaj jednoduchosť, ale nedôveruj jej. Ale aj tak prehlásil: *Vo veku rozumu nemôže existovať aktívny záujem, ktorý by odsunul nabok všetku nádej na víziu harmónie pravdy. Uspokojiť sa s rozporom znamená narušiť úprimnosť a morálnu čistotu. Patrí k sebaúcte intelektu, aby sledoval každé zauzlenie v myslení až do konečného rozuzlenia.*

Uznával, že konflikt medzi náboženstvom a vedou existoval odjakživa a napriek tomu, či možno práve preto, sa jedno i druhé bez prerušenia rozvíjali – modifikovali. Podivné spolužitie vedeckého pokroku a náboženského myslenia ukázalo, že *jestvujú obsiahlejšie pravdy a jemnejšie perspektívy, v rámci ktorých možno nájsť zmierenie hlbšieho náboženstva a jemnejšej vedy.* Vedu možno chápať ako štúdium všeobecných podmienok, skúmanými s cieľom riadiť fyzikálne javy. Náboženstvo je výrazom jedného typu základnej skúsenosti ľudstva, je reakciou ľudskej povahy na jej hľadanie Boha. Whitehead veľmi pozorne vysvetlil svoju predstavu o podstatnej vlastnosti náboženského ducha. *Náboženstvo je víziou čohosi, čo sa nachádza mimo, za a uprostred pomínuteľného toku bezprostredných vecí: niečo, čo je reálne, no predsa čaká na svoje uskutočnenie, čosi, čo je vzdialenou možnosťou, a predsa je najvýznamnejším z prítomných faktov: je to niečo, čo dáva zmysel všetkému pomínuteľnému, a predsa uniká uchopeniu, niečo, čoho vlastníctvo predstavuje najvyššie dobro, a predsa je mimo dosahu, niečo, čo je najvyšším ideálom, a zároveň beznádejným hľadaním.* Sila rozumu i nádej lásky sú dobrodružstvom ducha túžiaceho po harmonickom usporiadaní zložitých detailov, po najvyššom ohraničení, po autorovi hry, ktorý oddeľuje dobré od zlého.

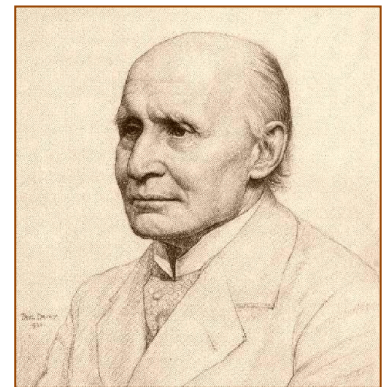
Hodnota mravnosti

Uvedomoval si dôležitosť pozadia zdravého rozumu, v ktorom je zahrnutý náš vzťah k nekonečnosti univerza. Ne strácal zo zreteľa svet hodnôt, vnímal život ako vnútorné dozrievanie hodnoty. Vedel, že ľudské bytosti potrebujú niečo, čo im pretvára dušu na trvalú realizáciu hodnôt. Díval sa na ľudské snaženia aj pri zornom mravným: *Morálna stránka nazerania je neoddeliteľne spojená so všeobecnosťou nazerania. Protirečenie medzi všeobecným dobrom a individuálnym záujmom možno odstrániť iba vtedy, keď záujmom individua je všeobecné dobro.*

Vybrané odkazy

Do dnes sú sympatické postrehy, ktoré nám ponúka A. N. Whitehead:

- *Myslenie je jednou formou zdôrazňovania... Matematika je štúdiom vzorov... Matematika je veda o najzložitejších abstrakciách, k akým môže ľudský um dospieť.*
- *Nič nie je pôsobivejšie ako fakt, že tou mierou, ako matematika postupne prechádzala do vyšších oblastí čoraz abstraktnejšieho myslenia, vracala sa späť na zem, nadobúdajúc čoraz väčší význam pre analýzu konkrétneho faktu.*
- *Pytagoras objavil význam používania abstrakcií a osobitne zameral pozornosť na číslo ako to, čo charakterizuje periodicitu hudobných tónov. Význam abstraktnej idey periodicity bol teda prítomný už pri samých začiatkoch matematiky.*
- *Všeobecnosť matematiky je najúplnejšou všeobecnosťou, zhodnou*
- *so spoločenstvom udalostí, ktoré konštituuje našu metafyzickú situáciu.*
- *Aká je funkcia čistej matematiky v myslení? Je to rozhodný pokus prejsť celú cestu smerom k úplnej analýze, aby sa oddelili prvky samých vecí od číro abstraktných podmienok, ktoré spríkladňujú.*



Tvorivá aktivita ducha

Whitehead, výrazná a originálna postava súdobej filozofie a matematickej logiky, pochopil svet ako skúsenosť Boha a prírodu vnímal ako symbol transcendentných skutočností. Hmotu stotožnil s energiou a energiu s čírou aktivitou. Príroda je scénou pre vzájomné vzťahy aktivít.

Za charakteristické znaky ľudského života považoval úplné sebaaprežívanie, tvorivú aktivitu a cieľ. V podstate života odhalil vnútorné dozrievanie hodnôt. Celá existencia je aktivita, večne sa vnárajúca do budúcnosti.



Isaac NEWTON – vypočítal som to

Pamätník

Nad hrobom vo Westminsterском opátstve je pomník s postavou a nápisom: *Tu odpočívá Sir Isaac Newton, dvoran, ktorý temer božským umom prvý dokázal s fakľou matematiky pohyb planét, cesty komét a prílivy oceánov. Skúmal rozmanitosť svetelných lúčov a pritom so prejavujúce rozmanité vlastnosti farieb, čo predtým nik netušil. Snaživý, múdry a oddaný vykladač prírody, staroveku a Písma sv. utvrdzoval svojou filozofiou veľkosť všemohúceho Boha a svojim životom odzrkadľoval prostotu evanjelia. Nech sa smrteľníci radujú, že existovala takáto okrasa ľudského rodu. Narodil sa 4. januára 1643, zomrel 31. marca 1727.*



Život v službe

Nepoznal svojho otca, ktorý zomrel skôr, než sa Isaac narodil v dedinke Woolsthorpe. Veľmi slabé a často chorľavé dieťa vychovávala babička.

Do dvanástich rokov navštevoval dedinskú školu, neskôr chodil štyri roky do školy v mestečku Grantham. Šestnásťročný Isaac sa neodlišoval od ostatných. Vynikal veľkou zručnosťou, vyrábal si mechanické hračky, kreslil návrhy budov, lodí a pod. Na prácu sa vedel sústrediť, pozorne študoval rôzne knihy. Nezáujem o hospodárstvo na statku presvedčil matku i príbuzných, aby šiel ďalej do škôl. V rokoch 1661 – 1665 vyštudoval Trinity College v Cambridge. Náklady na štúdium si odpracoval pomocnými prácami – rúbal drevo, kúril, upratoval, obsluhoval. V roku 1667 sa stal v Cambridgi asistentom I. Barrowa, ktorý sa v roku 1669 vzdal miesta v prospech svojho nadaného žiaka. Newton prednášal na katedre matematiku a fyziku takmer



dvadsaťsedem rokov. V roku 1672 ho zvolili za člena Kráľovskej spoločnosti v Londýne a od roku 1703 až do konca života bol jej predsedom. Finančné zabezpečenie získal až keď sa stal kontrolórom štátnej mincovne (1695) a neskôr (1699) bol vymenovaný za jej správcu. Vedelo sa, že Newton sa veľmi nezaujíma ani o peniaze, ani o moc, ale len o pravdu. V rokoch 1688–1705 bol členom parlamentu. Kráľovná Anna ho povýšila, ako prvého vedca, v roku 1705 do šľachtického stavu. Staroba veľkého učenca bola pokojná. Vážil si ho dvor, žiaci ho uctievali. Isaac Newton zomrel v Kensingtone neďaleko Londýna vo veku 84 rokov a bol pochovaný s najvyššími poctami.

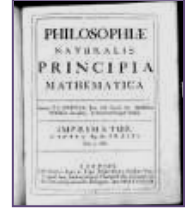
Staroba veľkého učenca bola pokojná. Vážil si ho dvor, žiaci ho uctievali. Isaac Newton zomrel v Kensingtone neďaleko Londýna vo veku 84 rokov a bol pochovaný s najvyššími poctami.

Vedecké výsledky

Štúdiom prírody, matematiky, fyziky, chémie, či alchýmie, ale aj teológie, biblickej histórie a starých jazykov bol Newton úplne zaujatý po celý život. Ani láskavý vzťah k slečne Storey neodolal. Isaac Newton žil iba pre vedu, pre poznanie zákonitostí

prírody. Mlčanlivý, vždy ponorený do svojich myšlienok, uvažoval nad súvislosťami, ktoré udržuju planéty na ich dráhach, nad spôsobom ako matematicky popísať zákonitosti umožňujúce predvídať nové stavy. V rokoch 1664–1665 zúrila v Londýne mor a tak Newton premýšľal v rodnom Woolsthorpe. Tu pripravil teóriu nekonečne malých veličín, metódu fluxií a pripravil si hlavné myšlienky monumentálneho diela *Matematické princípy prírodnej filozofie*, ktoré vyšlo v roku 1687 a obsahovalo ucelený systém klasickej mechaniky a dynamiky.

Tam je aj známy *Newtonov gravitačný zákon* a tri základné pohybové zákony (zákon zotrvačnosti, zákon sily a zákon akcie a reakcie), ktoré sa odvtedy vyučujú v každej škole.



Morové roky sú najplodnejším obdobím jeho vedeckej práce. Z týchto chvíľ sústredenia čerpal vedecké podnety skoro celý život. Newton veľmi nerád publikoval. Písal často listy, no zverejňovanie ucelených prác nebolo jeho silnou stránkou. Časť výsledkov svojich matematických prác o výpočte plôch a dĺžok kriviek, stanovenie dotyčníc a zistenie miním a maxím funkcií, ktoré vychádzali predovšetkým z fyzikálnej problematiky a tej obsahovo i formálne vyhovovali, pripravil rukopisne už v rokoch 1669–1671, ale zhrnuté v celku vyšli až v rokoch 1704–1736. Napríklad práca *Metóda fluxií a nekonečných radov*, upravená v 1691, vyšla až v roku 1736. Jeho *Arithmetica universalis* vyšla roku 1707 a Newton v nej podal úplnú analytickú teóriu kužeľosečiek i určil metódu numerického riešenia rovníc. Texty, ktoré Newton prednášal v Cambridge v rokoch 1673–84, musel odovzdávať do univerzitnej knižnice a tam ležali 20 rokov. Mnohé spisy vyšli až po jeho smrti.

Matematik i fyzik



V matematike okrem základov diferenciálneho a integrálneho počtu, ktorý uplatnil na popis fyzikálnych zákonitostí, zaviedol všeobecný pojem mocniny, aj s iracionálnym mocniteľom.

Študoval nekonečné rady, položil základy teórie symetrických funkcií. Z fyziky pripomeňme aspoň vynikajúce práce z optiky a konštrukciu prvého zrkadlového ďalekohľadu (1671). Vysvetlil

vplyv Mesiaca na príliv a odliv, zdôvodnil precesiu – zmenu polohy zemskej rotačnej osi. Newton prekonal staré predstavy o Zemi i vesmíre, zavŕšil práce Galileiho, Koperníka a ďalších prírodovedcov. Stal sa systematikom fyzikálneho sveta.

Intelekt a múdrosť

Filozofia je taká bezočivá dáma, že by sa človek mal radšej miešať do súdnych záležitostí, ako mať s ňou do činenia. Izák Newton sa vyjadril aj o veciach svetonázorových: *Nádherný poriadok a harmónia vesmíru mohli vzniknúť iba podľa plánu vševéducej a všemohúcej bytosti. To je môj posledný a najvyšší poznatok. Boh*



je nekonečne dokonalou bytosťou, čo vysoko prevyšuje vesmír. Boh prebýva všade, aj vo veciach. Je prostredníkom medzi telesami, on spája v jeden celok telesá tvoriace svet. Newton formuloval aj pravidlá filozofovania: *Príčiny prírodovedných javov rovnakého druhu sú vždy tie isté, indukciou získané zákony možno považovať za veľmi blízke pravde, pokiaľ sa nedosiahne väčšej presnosti.* Vo fyzikálnych úlohách vysvetľoval javy zo všeobecných princípov a zákonov ako ich logické a matematické dôsledky. *Ani jeden veľký objav sa nezrodil bez smelého odhadu... sám som mohol ďalej vidieť preto, lebo som stál na pleciach gigantov.* Isaac Newton hľadal a našiel matematické princípy poznania prírody. Rozpoznal hranice medzi fyzikou princípov a fyzikou modelov. Neopustil experiment ako presný a efektívny nástroj poznania, ale naznačil aj účinnosť matematických predstáv.



Za celý svoj život nebol Newton od svojho rodného domu ďalej než 200 km, neodišiel z Anglicka ani na jeden deň. Prežil aj psychický otras, keď mu požiar v pracovni zničil mnoho rukopisov a nedokončených prác. Po celý život bol skromný, priamy a čestný, vedel však v práci pre mincovňu a Kráľovskú spoločnosť použiť aj „tvrdú ruku“. Bol pohostinný a vľúdny, no nemal rád, keď ho kritizovali. Tichá jednotvárnosť života, sústredenosť myšlienok a práce zvýraznili a umocnili jeho nadanie.

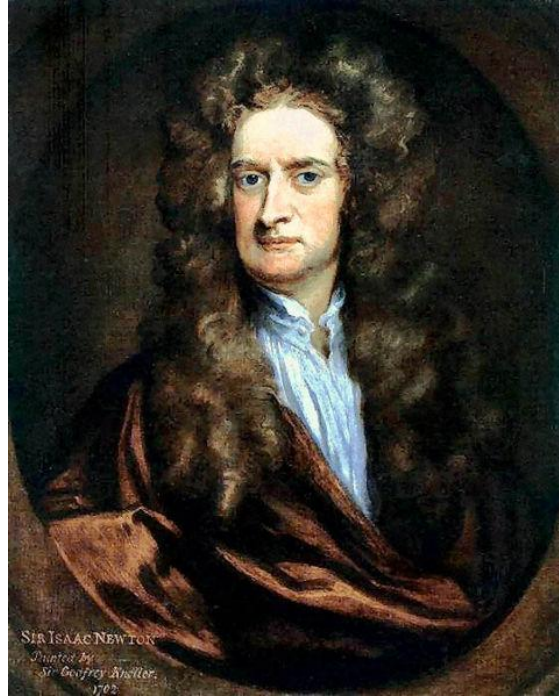
O sebe samom veľa nenapísal. Naozajstných priateľov nemal mnoho. Medzi dobré rady od Newtona možno zaradiť: *Ak môžeš udržať rozum nad vášňou, on a ostrážitosť budú tvojimi najlepšimi ochrancami.* Nebol ani dobrým spoločníkom, lebo bol často zahrúžený do svojich myšlienok.

Svet je predvídateľný systém



„Je najšťastnejší – systém sveta možno stanoviť iba raz.“ Tieto slová povedal o Newtonovi francúzsky matematik a fyzik Lagrange. Newton sám ohodnotil svoj vedecký výkon krátko pred svojou smrťou veľmi triezvo: *Neviem, čím sa môžem zdať svetu, ale pripadám si ako chlapec, hrajúci sa na brehu mora, ktorý občas nachádza farbistejší kamienok ako obyčajne, alebo krajšiu mušľu, zatiaľ čo veľký oceán pravdy sa rozprestiera pred ním nepreskúmaný.*

Príroda a jej zákony boli zahalené v tme. Boh povedal: *Nech je Newton.* Vo svete nastalo svetlo. Aj takto možno charakterizovať význam diela, ktoré autorom je Izák Newton. Zanechal jednotnú sústavu zákonov, ktoré umožnili aplikáciu v mnohých fyzikálnych odboroch ľudskej činnosti. Apoštol matematického prístupu k prírodným vedám vybadal nové možnosti predvídať vedecké objavy zo známych fyzikálnych princípov. *Nové myšlienky sú ťažko pochopiteľné len pre ich nezvyčajnosť.* Isaac Newton otvoril cestu pre rozvoj vedeckej teórie, nečakané uplatnenie prírodovedných objavov i zmeny v myslení ľudstva ako celku. Prírodný svet začal byť chápaný ako exaktný systém.



David HILBERT – nadšenie pre matematiku

Charakter matematiky

Matematická veda ustanovuje nerozdeliteľné celky, organizmus, životaschopnosť ktorého je určená spojením medzi jeho časťkami. Nehľadiac na celú mnohotvárnosť vedomostí v rôznych častiach matematiky, jasne vidíme totožnosť pomocných logických prostriedkov, príbuznosť myšlienok v matematike ako celku, tak aj v číselnej analógii v rôznych oblastiach. Tak už môžeme vidieť, že čím ďalej sa rozvíja matematická teória, tým harmonickejšie a rovnorodejšie stojí jej budova a medzi doteraz rozdelenými vedeckými odbormi sa otvárajú neočakávané vzťahy. Z toho vyplýva, že pri rozvíjaní matematiky sa jej jednotný charakter nielenže nestráca, ale naopak, preniká čím ďalej, tým výraznejšie... Všetko, čo všeobecnosti môže byť predmetom vedeckého myslenia, ak je dostatočne dozreté pre utvorenie teórie, sa podriadi axiomatickej metóde a teda nepriamo i matematike. Celostný charakter matematiky podmieňuje vnútornú podstatu vedy: matematika je základom každej presnej prírodnej vedy. V lete roku 1900 sa v Paríži konal druhý medzinárodný kongres matematikov. Hlavný referát predniesol významný nemecký matematik David Hilbert (1862–1943). Zhrnul základné smery matematických



výskumov a do 23 problémov preformuloval otázky pre ďalší tvorivý rozvoj matematiky. Niektoré úlohy boli konkrétne, napr. či sú čísla $2^{\sqrt{2}}$ a e^{π} racionálne, iné všeobecné, usmerňujúce rozvoj niektorých matematických disciplín, napr. štúdium topológie algebraických kriviek a plôch, problém rozkladu priestoru do kongruentných mnohostenov, problémy základov geometrie atď. Mnohé odpovede už súčasní matematici podali, ale niektoré otázky ešte čakajú na konečné vyriešenie.

Jednoduchý životný príbeh

David Hilbert bol synom sudcu a všestranne vzdelanej matky. Narodil sa 23. januára 1862 v Kráľovci (vo vtedajšom východnom Prusku to bol Königsberg). Základnú školu, gymnázium i univerzitu absolvoval v rodnom meste. Zo začiatku štúdií, pri otázke o práci v matematike: *Nezaoberal som sa nijako zvlášť matematikou, lebo som vedel, že ju neskôr budem musieť robiť naozaj poriadne.* Medzi jeho akademickými učiteľmi boli H. Weber, F. Lindemann a A. Hurwitz. Tí ho uviedli do teórie invariantov, teórie čísel a do teórie funkcií. Promoval roku 1885, potom bol na študijnom pobyte v Lipsku a v Paríži. V roku 1892 sa stal mimoriadnym profesorom a oženil sa. Z Kráľovca odišiel na svetoznámu univerzitu do Göttingenu (1895). Tu prednášal až do roku 1934. Po nástupe fašizmu v Nemecku odišiel do ústrania. Zomrel 14. februára 1943.

Matematické úspechy



Hilbert bol očarený a pohltý svojou vedou. Bol úplne oddaný svojim intelektuálnym záľubám. Prenikol do podstaty mnohých matematických disciplín. Zaujímal sa o teóriu invariantov (1885–1895), teóriu algebraických číselných telies (1893–1898), problémy variačného počtu a diferenciálnych rovníc (1900–1906), základy geometrie (1898–1902), integrálne rovnice (1902–1910), fyzikálne aplikácie matematiky (1910–1922) a logické základy matematiky (1922–1939). V práci *Základy geometrie* (1899) vybudoval úplný systém axiém pre geometriu: základné objekty – bod, priamka, rovina; základné vzťahy – incidencia, zhodnosť, usporiadanie; systém axiém incidencie,

usporiadania, zhodnosti, rovnobežnosti, spojitosti. Skúmal nezávislosť tohto systému pomocou modelov. Snažil sa úplne formalizovať základy matematiky, to znamená vybudovať pevné pravidlá pre odvodzovanie nových tvrdení. Vždy rešpektoval konkrétne odborné problémy a doporučoval ich štúdium spolu s metódami a otázkami, ktoré z nich vyplývajú. Dokázal Waringovu hypotézu o tom, že každé prirodzené číslo možno vyjadriť ako súčet k - tých mocnín prirodzených čísel ($k > 2$), ktorý obsahuje $s(k)$ sčítancov, kde $s(k)$ je konštanta, ktorá závisí iba na exponente k , t.j. v tvare $a = a_1^k + a_2^k + a_3^k + \dots + a_s^k$.

Sformuloval úplný axiomatický systém reálnych čísel. Prispel k rozvoju matematickej fyziky (s Courantom vydal spis *Metódy matematickej fyziky*, 1924). V roku 1934 vydal s Bernaysom *Základy matematiky*. Hilbert sa snažil formalizovať metódy budovania abstraktných matematických teórií. I keď sa neskôr ukázalo, že jeho program pre formalizáciu matematiky sa nedá principiálne uskutočniť (Gödel, 1931), aj tak Hilbertové úsilie umožnilo vyriešiť veľa čiastočných problémov modernej matematiky a matematickej logiky. Za svoje matematické práce získal David Hilbert cenu J. Steinera (1900) a Medzinárodnú cenu Lobačevského (1904).

Spoločník i priateľ

S Hilbertom sa stretalo veľmi veľa ľudí. Mal široké záujmy, dalo sa s ním diskutovať nielen o matematike, ale aj o politike, ekonómii, filozofii a histórii. Jeho prednášky boli po odbornej stránke vždy podnetné, i keď začínali úplne jednoduchými príkladmi. Jeho osobnosť vyžarovala energiu a nadšenie. Fascinoval a inšpiroval.



Nehanbil sa ako vysokoškolský profesor hrať so svojimi mladšími kolegami gulečník (v tej dobe to bolo naozaj nevídané), pozýval svojich mladých študentov na dlhé prechádzky cez les alebo domov na čaj, či večeru. Vždy bol prístupný, ochotný vypočuť odlišné názory i kritiku. Každý s ním mohol hovoriť ako rovný s rovným a zastávať vlastné názory, ak mal čo povedať. Študijná a pracovná atmosféra okolo Hilberta bola plná zodpovednosti a tvorivosti. I keď Hilbert nebral študijné výsledky

svojich doktorandov veľmi prísne, časopis *Mathematische Annalen* redigoval veľmi vážne a zodpovedne. Publikovať v ňom znamenalo vo svete matematiky veľmi veľa. Göttingenská univerzita bola začiatkom 20. storočia svetovým centrom matematického vzdelania. V školskom roku 1908/1909 navštevoval prednášky Davida Hilberta aj významný slovenský matematik Juraj Hronec (1881–1959). Profesor Hilbert bol mimoriadnou vedeckou osobnosťou, pravým velikánom ducha, univerzálnym matematikom. Vynikal bádateľskou predvídavosťou, nezávislým myslením, umením pozorne počúvať a získať inšpiráciu. Snažil sa spoznať prírodu cestou logiky a axiomatizácie. Vytvoril významnú matematickú školu, ktorá podstatne ovplyvnila celú matematiku i fyziku na začiatku 20. storočia.

Významný a uznávaný

Aspoň niekoľkými citátmi si pripomeňme Hilbertové názory: *...tu je problém, hľadať riešenie. Môžeš ho nájsť čistým myslením... je omylom sa domnievať, že prísnosť pri dokazovaní je omylom jednoduchosti... Žiadny problém nevzrušoval ľudskú dušu tak hlboko, ako problém nekonečna, nijaká myšlienka neobjavila taký silný a plodný vplyv na rozum ako idea nekonečna. Ale z druhej strany, ani jeden pojem nepotrebuje v takej miere vysvetľovanie ako predstavy nekonečna... Matematický problém má byť dost' obťažný, aby nás lákal, ale zároveň aj nie celkom nedostupný, aby sa nestalo márne naše úsilie, má byť sprievodným znakom na dopletených cestách za skrytými pravdami, má byť napokon upozornením na radosť akú nám prinesie nájsť riešenie... Poznanie prírody a života sú najvznešenejšou úlohou. Všetko ľudské úsilie a snaženie smeruje k tomu so stále väčším úspechom.*

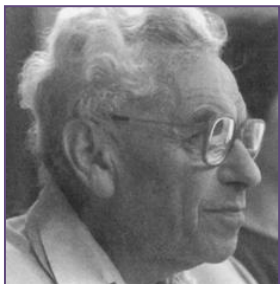
David Hilbert, jeden z najvýznamnejších a najuznávanejších matematikov 20. storočia, videl úlohu matematiky v skúmaní všetkých možných svetov. Priznával matematickú existenciu všetkým možným objektom, o ktorých môžeme ako o existujúcich bezosporne uvažovať. Chcel skúmať aj aktuálne nekonečno.

Nikto nás nemôže vyhnúť z raja vytvoreného pre nás Cantorom.

Hilbert sa pokúsil formalizovať axiomatickú teóriu matematiky, aby ju oslobodil od obsahu a dosiahol jej maximálnu všeobecnosť. Bol presvedčený o riešiteľnosti každého matematického problému. Pripravil program formalizácie matematických teórií v zmysle abstrakcie od ich obsahu spolu s formalizáciou ich jazyka, aby ukázal ich bezospornosť. Vo svetle neskorších objavov sa ukázala aj táto cesta nezavŕšiteľná k úplnej spokojnosti. Ale aj tak Hilbert prispel k dôkladnému rozpracovaniu jazyka matematiky a jej symboliky. Metodologický problém povahy matematického poznávania a istoty jeho uplatňovania je stále vo svojich ideálnych formách otvorený. Nie sme zbavení ľudskej zodpovednosti za neustále hľadanie zmysluplnosti a pravdivosti našej úžasne krásnej a často i v praxi efektívnej matematiky.

Paul ERDÖS – katalyzátor matematických ideí

Nezmar spolupráce



Publikoval okolo 1500 matematických prác, väčšinou s spoluautorstvom s ľuďmi, s ktorými sa stretol na svojich cestách. Pre okruh spoluautorstva sa zaužívalo označenie Erdösovým číslom. Ak je to číslo 1, tak autor napísal príspevok v spolupráci s P. Erdösom. Ak je číslo väčšie, potom vyjadruje ďalšie vrstvy spoluautorstva so spoluautormi P. Erdösa. Ak autor napísal príspevok s autorom s číslom n , má Erdösovo číslo $n + 1$.

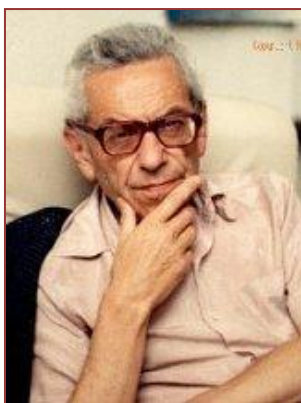
Hovorí sa, že 472 matematikov má Erdösovo číslo 1. Z toho 188 autorov publikovalo s Erdösom dva a viac článkov. Zo slovenských matematikov má Erdösovo číslo jedna (1) napr. J. Bosák, P. Horák, J. Širáň, z českých V. Jarník, Z. Hedrlín, J. Nešetřil, V. Rödl. Erdösovo číslo 2 má asi 5000 autorov, z nich je 62 svetoznámych matematikov, dokonca deväť držiteľov Fieldsovej medaily. Asi žiadny matematik doteraz nenapísal toľko vedeckých príspevkov a nemal toľko spoluautorov ako Paul Erdős (1913–1996), pútnik neohraničeným svetom matematiky.

Sám priznal, že si matematiku obľúbil vďaka svojej matke, učiteľke základnej školy, ktorá ho zabávala počtárskymi úlohami. Otec ho naučil mnohému v gymnaziálnych rokoch. ***Od detstva sa mi na matematike páči veľké množstvo veľmi zaujímavých problémov. Ich riešenie mi oddávna prináša neopísateľnú radosť.***



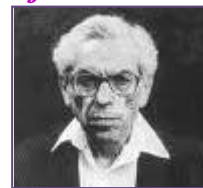
Dvadsaťročný Erdős objavil elegantný dôkaz Čebyševovej vety z teórie čísel. Podal (1949) dôkaz vety o prvočíslach elementárnou formou. Odvtedy nielen produkoval nečakané nápady a účinné návody ako zdolávať matematické problémy, ale aj videl nové a podnetné matematické otázky a mal schopnosť inšpirovať pre ich riešenie. ***Urobme spolu nejaký dôkaz. Tým získate vlastnú skúsenosť.*** Matematika bola pre neho svetom fascinujúcich problémov, ktorých riešenie spravuje Boh vo Veľkej knihe najelegantnejších dôkazov.

Spolužitie s matematikou



Paul Erdős (26.3.1913 – 20.9.1996) sa stal nestorom diskkrétnej matematiky vo svete. Vyriešil viac matematických problémov než ktokoľvek pred ním. V čase mimoriadnej aktivity vyprodukoval dve vedecké práce mesačne. Existuje až 700 recenzií s jeho podpisom. Ročne sa zúčastňoval desiatok kolokvií a matematických konferencií. Publikoval nové poznatky z oblasti teórie čísel, kombinatoriky, teórie množín, teórie grafov, teórie grúp, teórie pravdepodobnosti, teórie aproximácií i geometrie. Získal cenu Americkej matematickej spoločnosti (1951) aj Wolfovu cenu (1983). Vždy videl

dostatok nevyriešených problémov, netúžil po vytvorení elegantných teórií: *Vyriešenie niektorých otvorených problémov, môže mať pre ďalší rozvoj rozhodne aspoň taký význam ako vypracovanie novej teórie.* Zasypal svet matematiky novými úlohami i pôsobivými riešeniami. Stal sa učiteľom matematickej spolupráce. *Je tak veľa problémov a tak málo času.* Aj po jeho smrti budú vychádzať články s jeho menom ako spoluautorom.

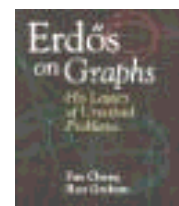


Jeho životný štýl bol neštandardný. Žil ako matematický mních, nomád. Prakticky bez domova, bez majetku, ktorý by užíval, bez rodiny. Vlastníctvo chápal ako príťaž. Schádzaval sa s matematikmi po celom svete, dopisoval si s nimi, diskutoval. Snažil sa nerobiť kompromisy vo vzťahu k sebe, ani vo vzťahu k iným. Získal nezávislosť svetoobčana. *Som natoľko nezávislý, že sa nemusím nikomu zodpovedať za to, čo kedy urobím.*



Tak prosím, moja hlava je vám k dispozícii. S kusom papiera a perom ponúkal spoznanie princípov i podstaty matematického sveta. *Viem, že čísla sú krásne. A ak krásne nie sú, tak nie je krásne nič.* Skúmal tajomné vlastnosti prvočísel, vypisoval ceny za vyriešenie predložených problémov. Ukazoval svoj spôsob vnímania matematických súvislostí, povzbudzoval pre ich odhalenie.

Najviac pekných problémov objavil v kombinatorike a teórii grafov. Hovorieval: *Každý nevyriešený matematický problém starší než sto rokov je pravdepodobne problémom teórie čísel.*



Rozhodne vzťah k večnosti



Ani používanie elektronických počítačov v súčasnej dobe neuberá na užitočnosti efektívnej matematickej myšlienky. Systematická analýza využitím výpočtovej techniky bude vždy veľmi užitočným metodickým postupom. *Očakávam veľmi výrazný vplyv počítačov a ich výskumu na matematiku... Počítačom vd'áci matematika za mnohé svoje naozaj užitočné aplikácie... Počítače výrazne pomáhajú matematike začleniť sa do širšie chápaného kultúrneho povedomia ľudí.* Erdős vycítil, že spoločenská prestíž matematiky vedie aj cez uplatnenie výsledkov matematických výskumov v iných oblastiach prostredníctvom počítačov.

Všetko je trocha zložitejšie... niektoré veci nemôže namiesto času rozhodnúť nik... nič nám neostáva, iba byť trpezlivými.

Paul Erdős, posadnutý vznešenou túžbou po matematickej pravde, zanechal aj pre budúce generácie úsudky svojho rozumu, ktoré vedú k hlbšej podstate idealizovaných javov a bezčasových skutočností.



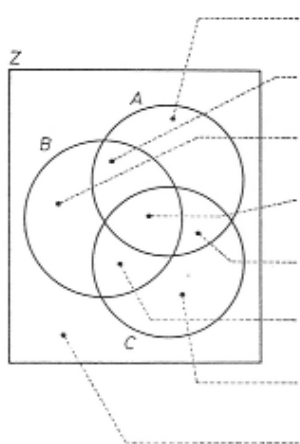
John VENN – učiteľ logiky a morálky

Užitočná pomôcka

Ak budete potrebovať vyriešiť úlohu: *Kolko čísiel medzi prirodzenými číslami od 1 do 500 nie je deliteľných ani tromi ani piatimi ani siedmimi?*, ukáže sa, že môžete použiť množinovú schému – *Vennov diagram*.

Na obrázku je Vennov diagram, v ktorom je schematicky zachytená táto situácia: je daná základná množina Z , ktorej prvky majú nejaké vlastnosti **A**, **B**, **C**.

A je množina všetkých vecí, ktoré majú vlastnosť **A**, B je množina všetkých vecí s vlastnosťou **B** a C je množina všetkých vecí, ktoré majú vlastnosť **C**.



tieto veci majú vlastnosť **A**, ale nemajú žiadnu z vlastností **B**, **C**

tieto veci majú vlastnosti **A** a **B**, ale nemajú vlastnosť **C**

tieto veci majú vlastnosť **B**, ale nemajú žiadnu z vlastností **A**, **C**

tieto veci majú všetky tri vlastnosti **A**, **B**, **C**

tieto veci majú vlastnosti **A** a **C**, ale nemajú vlastnosť **B**

tieto veci majú vlastnosti **B** a **C**, ale nemajú vlastnosť **A**

tieto veci majú vlastnosť **C**, ale nemajú žiadnu z vlastností **A**, **B**

tieto veci nemajú žiadnu z vlastností **A**, **B**, **C**

Diagram umožňuje znázornenie vzájomného vzťahu troch množín. Vhodným doplnením príslušných počtov čísel vzhľadom k deliteľnosti tromi, piatimi alebo siedmimi, by sme získali možnosť pre vyriešenie našej úlohy. Vhodná grafická predstava a príslušná množinová úvaha pomáhajú riešiť podobné úlohy.

Algebraici logiky

V rokoch 1847–1854 sa *G. Boole* pokúsil algebraizovať logiku, ale celý rad problémov (napr. riešenie logických rovníc v algebre logiky) ešte čakalo na nasledovníkov. *E. Schröder* (1841–1902) podal (1877) všeobecnú algebraickú metódu riešenia takýchto rovníc a tým vlastne vytvoril vo svojich prácach Booleovu algebru v dnešnej podobe. Do postupnosti skúmateľov tejto problematiky sa zapojil aj anglický logik a matematik John Venn (4.8.1834 Drypool, východné Anglicko – 4.4.1923, Cambridge).



Aj zberateľ a konštruktér

Vyštudoval na univerzite v Cambridgi (1853–1857), stal sa duchovným anglikánskej evanjelickej cirkvi. Od roku 1862 prednášal na cambridgskej univerzite morálku,

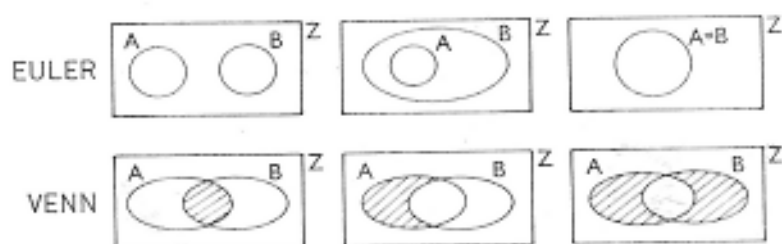
ale zároveň študoval i vyučoval aj logiku. Napísal pozoruhodnú prácu *Logika náhody* (1866). Matematickú logiku rozpracoval v diele *Symbolic Logic* (1881) a *The Principles of Empirical Logic* (1889). Tak sa stal propagátorom symbolickej logiky. Zhromaždil viac než 1200 kníh o logike.

John Venn bol aj nadšený turista, horolezec, botanik a znalec mnohých jazykov. Napísal dejiny svojej vysokej školy (1897), stal sa členom Kráľovskej spoločnosti (1883). Mal aj zriedkavú zručnosť pri zostavovaní automatických strojov.

Grafické diagramy

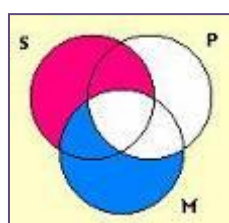
John Venn hľadal grafickú metódu pre riešenie logických a množinových úloh, aby využil geometrický názorný spôsob na vyjadrenie uvažovanej situácie.

... je nevyhnutné nakresliť postupnosť uzavretých kriviek ľubovoľného tvaru tak, aby každá z nich preťala všetky predchádzajúce a tak zdvojnásobila počet častí roviny. Vhodné usporiadanie polohy n uzavretých čiar v rovine, rozdeľujúce rovinu na 2^n častí, sa stalo množinovým diagramom. Pre $n = 1, 2, 3, 4$ sa rozdelenie na 2^n častí dá urobiť hranicami konvexných útvarov v rovine (skúste si to nakresliť pre $n = 4$). Dnes používané tvary Vennových diagramov sa stali symbolom pomôcky pre množinové a logické úlohy a ich riešenie.



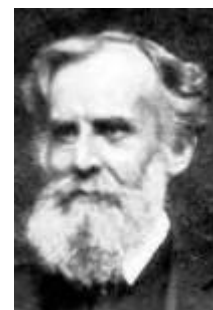
Eulerove kruhy (1761) už svojou polohou vyjadrujú vzťahy medzi množinami. *Vennove diagramy* (tu sú stále vzájomné polohy znázornených množín) vyjadrujú vzťahy naznačených množín pomocou vpisovaných dohodnutých znakov do určitých častí diagramu.

Do dnešných dní



Množinové diagramy sa už používajú v školách úplne samozrejme. Spomienka na prínos diela, ktoré vytvoril **J. Venn** zostane v základoch našich predstáv pri využití jeho množinových diagramov.

John Venn rozpracoval a objasnil aj zmysel



Booleovej algebry, zaviedol grafické znázornenie formúl matematickej logiky, ktoré neskôr získali uplatnenie aj napr. v teórii automatov. Vieme, že podstatne prispel k prehĺbeniu symbolickej logiky a uplatneniu pravdepodobnostnej logiky.

Ernst ZERMELO – ponúkol axiómu výberu

Usporiadanosť

Viete si predstaviť, čo znamená usporiadať žiakov vašej triedy podľa veľkosti alebo podľa abecedy. Trochu starostí budete mať, ak niekoľkí žiaci sú úplne rovnako vysokí, alebo ak by mali úplne rovnaké priezviská a mená. Tí by boli v danom vzťahu neporovnateľní. Ak by v triede neboli takíto neporovnateľní, môžeme hovoriť



o úplnom usporiadaní. Trochu to zovšeobecníme: Ak je usporiadaná množina taká, že každá jej podmnožina má najmenší prvok, hovoríme, že množina je dobre usporiadaná. Napríklad množina všetkých kladných celých čísiel je podľa veľkosti dobre usporiadaná. Možno každú množinu dobre usporiadať? Nemecký matematik Ernst Zermelo (1871–1953) dokázal, že každú množinu možno dobre usporiadať.

Zo života

Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo sa narodil 27. júla 1871 v Berlíne. Pochádzal z rodiny univerzitného profesora s akademickým zázemím. Po absolvovaní strednej školy (1899) navštevoval tri univerzity (Berlín, Halle, Freiburg) a špecializoval sa na matematiku, fyziku i filozofiu. Na štúdiách sa spoznal s Frobeniom, Fuchsom, Schwarzom i Husserlom. Univerzitné štúdiá ukončil



doktorátom v Berlíne (1894) a ďalšie tri roky pracoval a študoval u Plancka v Inštitúte teoretickej fyziky. Habilitáciu dokončil v Göttingene (1899). Tam pôsobil až do roku 1910, od roku 1906 bol univerzitným profesorom matematiky. Na univerzite v Zürichu prednášal v rokoch 1910–1916, desať rokov žil v bavorskom Čiernom lese, potom (od 1926 do 1935) pôsobil na univerzite vo Freiburgu. Tam **21. mája 1953** zomrel.

Spojenie s osudom teórie množín

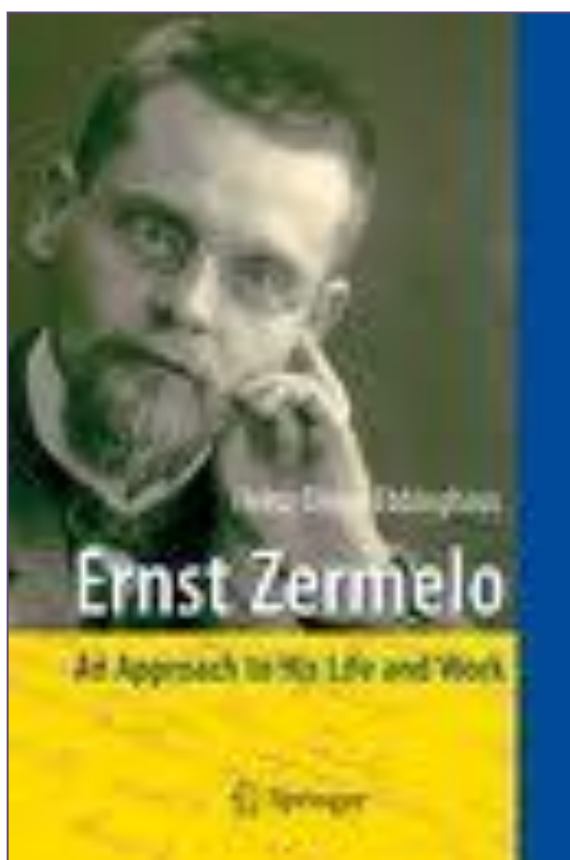
Po roku 1900 keď Hilbert podnietil výskum hypotézy kontinua aj Zermelo začal pracovať na problematike teórie množín. V roku 1904 uviedol na matematickú scénu axiómu výberu. Tá hovorí asi toľko, že zo všetkých (aj nekonečných) množín nejakého (aj nekonečného) systému množín možno vybrať naraz (aj bez predchádzajúceho udania pravidla tohto výberu) po jednom prvku. (Axióma je matematické tvrdenie, ktoré prijímame bez dôkazu.) Na jej základe ukázal, že každú množinu možno dobre usporiadať (toto tvrdenie je s axiómou výberu dokonca ekvivalentné). Axióma výberu vyvolala rozporuplné diskusie a stala sa zdrojom zaujímavých matematických otázok teórie množín až dodnes. Zermelove



predstavy axiomatizácie teórie množín rozvinul (okolo roku 1922) A. Fraenkel (1891–1965). V súčasnej matematike sú známe ako Zermelov – Fraenkelov axiomatický systém teórie množín. Zermelo sa zaoberal aj variačným počtom, teóriou hier s úplnou informáciou a uplatnením teórie pravdepodobnosti v štatistickej fyzike.

Pozrite sa do literatúry

Ak postupne zvládnete nielen školské základy teórie množín, ale aj jej najdôležitejšie myšlienky a výsledky, spoznáte, že táto matematická disciplína je vedou opisujúcou nekonečno. Dobre pochopené poznatky teórie množín vám umožnia „dotknúť sa nekonečna“. Pre hlbšie štúdium tejto problematiky sa pozrite do knížiek BUKOVSKÝ, L.: *Množiny a všeličo okolo nich* (Bratislava, Alfa 1985) alebo VILENKIN, N. I.: *Rozhovory o množinách* (Bratislava, SPN 1972). V nich spoznáte neznámy svet nekonečných množín.



Blaise PASCAL – ľudské a matematické nekonečno

Trvalo v v základoch matematiky a fyziky

Meno Pascal si určite pamätáte nielen podľa pomenovania jednotky tlaku v sústave SI, ale aj podľa Pascalovho zákona:

Tlak v kvapalinách sa šíri vo všetkých smeroch rovnako.

Vo svojich fyzikálnych prácach vyjadril Francúz Blaise Pascal (19. 6. 1623 – 19. 8. 1662) závislosť hydrostatického tlaku, opísal hydrostatický paradox, zákon spojených nádob a princíp hydraulického lisu. Dokázal, že tlak vzduchu závisí od nadmorskej výšky, teploty a vlhkosti vzduchu. Na poli

matematiky odhalil v teórii čísel pravidlá deliteľnosti, skúmal kužeľosečky a opísal vlastnosti cykloidy, poznal usporiadanie kombinačných čísel a ich využitie pre rozklad mocnín dvojčlena. Zapísal sa medzi zakladateľov teórie pravdepodobnosti i predchodcov diferenciálneho počtu aj integrálneho počtu. Skonstruoval sčítací stroj, predchodcu mechanických kalkulačiek. Pochopil význam axiomatickej metódy pre matematiku: *Všetko sa musí dokázať a pri dôkaze nemožno použiť nič iné okrem axióm a pred tým dokázaných viet... Nikdy nemožno zneužiť to, že sa rôzne veci často označujú rovnakým termínom; preto určený termín musí byť v mysli zamenený za definíciu.* Ukázal vznešenosť matematického spôsobu myslenia. Priblížil človeka k pochopeniu nekonečna. Vedel, že matematikou sa nedokáže všetko, ale čo sa dokáže, to je jednoznačné.



Rozum i srdce



Blaise Pascal, matematik, fyzik, filozof, spisovateľ, plný duševných i fyzických bolestí, odhalil: *Pravdu spoznáваме nielen rozumom ale tiež srdcom. Srdce má svoje dôvody, ktoré rozum nepozná.* Uznal, že príroda zjavne manifestuje Boha, ale zároveň ho aj skrýva. Silu rozumu doplnil silou srdca, v ktorom ten kto verí, nič nemôže stratiť a všetko môže získať. Uvidel paradoxy človeka v jeho biede i veľkosti, medzi absolútnou hodnotou i zbytočnou ničotou, v spojení rozumu

s vierou, v milosti i zatratení. *Len tam, kde cítime, máme istotu; tam, kde odvodzujeme, sme plní neistoty.*

Pascal chápal človeka súčasne s jeho myslením: *Myšlienka je čosi obdivuhodné a neporovnateľné vo svojej podstate... Myšlienka tvarí veľkosť človeka... Človek je zjavne stvorený pre to, aby myslel... Celá naša dôstojnosť spočíva v myslení. V ňom sa musíme vzopnúť, nielen v priestore a čase, ktoré nedokážeme naplniť. Usilujme sa teda, aby sme mysleli správne. V tom je princíp mravnosti.* Hľadal pre človeka miesto v strede medzi všetkým a ničím, medzi rozumom a srdcom, medzi anjelom a zvierat'om, medzi vševedúcnosťou a nevedomosťou. Uznával, že človek neustále zápasiaci s rozporom v sebe i mimo seba je úbohý i vznešený zároveň. Nikto nezbaví

človeka zápasu o vytrvalé prekonávanie seba samého. Človek stojaci tvárou v tvár svetu a večnosti potrebuje vieru, odhaľujúcu záhady človeka a jeho postavenia vo vesmíre hmoty i ducha. *V každom človeku je priepasť, ktorú môže vyplniť iba Boh.*

Sila myšlienky

Vedel sa zmocniť ľudských problémov. Je obdivuhodný v množstve i rôznorodosti postrehu o človeku a jeho osobnosti.

Jeho *Penseés – Myšlienky* (pracoval na nich od roku 1660, vyšli až po jeho smrti v roku 1670) sú nedokončeným súborom osobných poznámok, v ktorých Pascal preniknutý láskou k človeku „bičuje“ ľudské slabosti (napr. ješitnosť, pýchu, domýšľavosť, ničotnosť, ctižiadosť, márnivosť). *Myšlienky* vynikajú silou predstavivosti, expresivitou, dramatickosťou. Sú pozoruhodným filozofickým, ale aj dôstojným literárnym dielom francúzskej literatúry.



Uvedme niektoré z „nesmrteľných myšlienok“:



- *Pravda poskytuje istotu, ale už aj samotné jej hľadanie poskytuje klud.*
- *Rozumný človek nemiluje preto, že je to pre neho výhodné, ale preto, že nachádza šťastie v samotnej láske.*
- *Kto nám vytyka nedostatky, zaslúži si našu vďaku. Naše nedostatky síce týmto spôsobom nezmiznú, pretože ich máme ešte veľmi mnoho, ale ak sú nám známe, začínajú nás znepokojovať a my sa snažíme zbaviť sa ich.*
- *Čím je človek rozumnejší a lepší, tým viac dobra zbadá v ľuďoch.*
- *Pravé blaho človeka musí byť také aby ho mohli vlastníť všetci ľudia súčasne, bez rozdielu a závidi a aby oň nikto proti svojej vôli nemohol prísť.*
- *Svoju dôstojnosť nesmiem hľadať v priestore, ale v sústavnosti vlastného myslenia. Nezískam žiadnu výhodu, ak budem vlastníkom zeme. Priestorom ma vesmír obsiahne a pohltí ako bod, myšlienkou ho obsiahnem ja.*
- *Pre vznešených je potešením, ak môžu robiť ľudí šťastnými.*
- *Spravidla nás presvedčujú viac tie dôvody ktoré sami objavíme, než tie, na ktoré prišli iní.*
- *Náhoda pomáha tým, ktorí sú na ňu pripravení.*
- *Nemožno popierať existenciu všetkého, čo nie je pochopiteľné.*
- *Rozpornosť nie je známkou nesprávnosti, rovnako ako neprítomnosť rozporu nie je známkou pravdy.*
- *V tejto dobe je pravda tak zatemnená a lož tak zavedená, že pravdu môže poznať iba ten, kto ju miluje.*

Intelektuálna viera

Blaise Pascal vytušil dialektickú jednotu medzi teóriou a empiriou, rozumovosťou a zmyslovosťou, dedukciou a indukciou. Viedol dramatické súboje medzi rozumom a vierou, medzi hlasom vedy a dogmou náboženskej authority. Vo filozofických názoroch hľadajúc matematické a ľudské nekonečno váhal medzi racionalizmom a iracionalizmom, intelektom a intuíciou, medzi človekom a Bohom, ktorý sa mu zjavoval priveľmi, aby ho mohol ignorovať a poprieť, a primálo, aby ho zreteľne uvidel. Veda i náboženstvo kormidľujú človeka k neustálemu hľadaniu pravdy,



k odhaleniu skrytého Boha. Pascal chcel spolupracovať s Bohom, aby „vyššou jednotou“ bol vyriešený základný ľudský problém. Videl ohraničenosť ľudského intelektu a predsa veril perspektívam rozumového bádania. Obrátil myslenie svojej doby smerom k štúdiu ľudského vnútra, ku hierarchii etických hodnôt a syntéze lásky.

Až do našich čias

Pre každú rozháranú spoločenskú dobu, takou bola aj tridsaťročná vojna (1618–1648), obdobie kedy B. Pascal žil a tvoril, pre zápas o demokraciu a humanitu v každom čase, zostanú platné jeho slová: ***Spravodlivosť a moc musia byť jedno, aby spravodlivosť sa stala mocou a moc spravodlivosťou.***



Záverečný pozdrav

Dúfam, že po tomto súbore medailónov budete očakávať aj tie nasledujúce a postupne si tak pripravíte úplný seriál životopisných postrehov o významných matematikoch. Budete tak mať súbor poznámok na celú päťročnicu a potom sa už pravidelne budú opakovať príležitosti pre spomienku a vy môžete používať zozbierané a doplňované informácie na potechu matematického ducha.

Možno tak prispejete k vybudovaniu makety mohutnej stavby matematickej kultúry, ktorá podstatne ovplyvňuje náš civilizovaný život.

Rád a často opakujem názor Alberta Einsteina (1879 – 1955): *Mravné kvality vynikajúcich osobností majú možno väčší význam pre dané pokolenie a celý príbeh dejín, ako čisto intelektuálne úspechy. Tie závisia od veľkosti charakteru v oveľa väčšej miere, než sa to obyčajne predpokladá.*

Dúfam, že aj prečítaním predchádzajúcich životopisných medailónov vznikol aspoň mierny impulz pre zmysluplné nasledovanie dôveryhodných ľudských vzorov.

Zsuzanna Jedináková