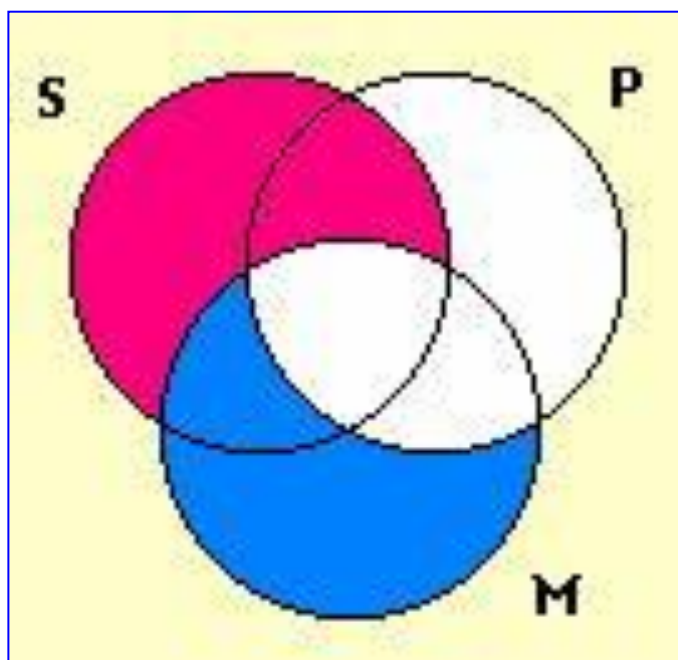


Dušan **JEDINÁK**

K výročiam významných matematikov  
(v školskom roku 2025/2026)



## Predhovor

Vyučovanie školskej matematiky nemusí byť iba suchou hrou čísel, početných operácií, deduktívnych zdôvodnení a dôkazov. Úžasnú konštrukciu matematiky a jej užitočných výpočtových postupov vytvárali ľudia, smrteľníci svojej doby.

O niektorých z nich sa môžete dozvedieť v tomto spomienkovom súbore.

Ponúkam **krátke životopisné medailóny** o významných matematikoch, ktorí majú v jednotlivých mesiacoch školského roka **2025/2026** okrúhle (deliteľné piatimi) výročie narodenia alebo úmrtia. Určite tieto literárne podobenky nie sú vyčerpávajúcim prehľadom života a diela spomínaných význačných matematikov. Majú za cieľ iba skromne pripomenúť ľudské osobnosti tých, ktorí mali radi matematický spôsob premýšľania. Aj na profesionálnej matematickej činnosti sa zúčastňujú ľudské sklony a temperament, túžby aj predstavy, úsilie i zásady.

Príležitostnou spomienkou na ľudí spojených s matematickou kultúrou môžeme ako učitelia školskej matematiky prispieť k hlboko ľudskej motivácii našich žiakov pre trvalú výstavbu zušľachtľujúcej civilizácie.

## **O b s a h**

(životopisné medailóny)

**Hamilton**

**Weierstrass**

**Boole**

**Weyl**

**Lagrange**

**Lobačevskij**

**Descartes**

**Germainová**

**Hronec**

**Regiomontanus**

Prajem vám i vašim žiakom radosť z toho, že sa lepšie zoznámite s tvorcami a šíriteľmi matematickej kultúry, ktorí prispeli k zušľachteniu premýšľania vo svojej dobe a zanechali trvalú stopu pre celú históriu ľudstva.

(D. J.)

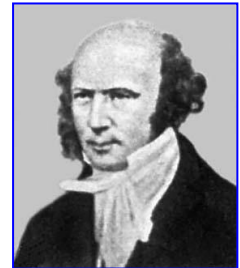
## William Rowan HAMILTON – svojrázny talent

### Kvaternióny

Výraz tvaru  $q = a + bi + cj + dk$  nazveme kvaternión, ak  $a, b, c, d$  sú ľubovoľné reálne čísla a  $i, j, k$  sú symboly troch imaginárnych veličín. Platí:  $i^2 = j^2 = k^2 = -1$ ,  $i \cdot j = k = -j \cdot i$ ,  $j \cdot k = i = -k \cdot j$ ,  $k \cdot i = j = -i \cdot k$ . Po zadenovaní základných operácií sa dá "vznešene" povedať, že množina všetkých kvaterniónov je reálna štvorrozmerná asociatívna a nekomutatívna algebra s jednotkou, v ktorej ku každému nenulovému prvku existuje inverzný prvok, teda množina kvaterniónov tvorí nekomutatívne teleso. Algebru kvaterniónov stanovil írsky matematik W. R. Hamilton (4. 8. 1805 – 2. 9. 1865) v polovici 19. storočia. V jeho zápisníku je zo dňa 16. 10. 1843 poznámka: *Dnes ráno som úvahami došiel k niečomu, čo sa mi javí ako teória kvaterniónov, ktorá asi môže mať zaujímavé rozvinutie.* Pomocou kvaterniónov boli nájdené krásne a matematicky dokonalé vzorce, popisujúce celý rad fyzikálnych javov. Ale nádeje Hamiltona a jeho nasledovníkov na rozvinutie matematiky založenej na kvaterniónoch sa nesplnili.

### Životné osudy

Najmladším zo štyroch súrodencov rodiny právnického úradníka v Dubline bol William Rowan Hamilton. Jeho pokrok v učení bol nevídaný. Trojročný vedel dobre anglicky a bol zručný v aritmetike, päťročný čítal a prekladal latinsky, grécky, hebrejsky. Osemročný vedel po taliansky a francúzsky. Neskôr sa naučil aj arabsky, perzsky, bengálsky, čínsky a sanskrit. A to nie je úplný výpočet jazykov, ktoré ovládal. Vo veľmi mladom veku prečítal Euklidove *Základy*, vedel Homérove verše spamäti, sám skladal básne. Šestnásťročný študoval *Nebeskú mechaniku* od Laplacea a našiel v nej chybu. Pred tým, než sa zapísal na univerzitu nenavštevoval žiadnu inú školu. Celé vzdelanie získal od nadaného strýca a samoštúdiom.



Po skončení štúdia na univerzite sa stal roku 1827 kráľovským astronómom Írska. V tejto funkcii vydržal po celý život, napriek nešťastnému manželstvu a náchylnosti k pitiu alkoholu. Tridsaťdvaročný sa stal prezidentom Írskej kráľovskej akadémie. Skromný a zbožný Hamilton sa nestaral veľmi o svoju vedeckú povest' ani o domácnosť. Posledné dni svojho života prežil ako samotár. Na hrobe chcel mať motto svojho astronomického učiteľa Hipparcha: *Muž, ktorý miloval prácu a pravdu.*

### Vo vzťahu k vede

Hamilton napísal viac ako 140 vedeckých prác. Zaoberal sa optikou, mechanikou a aplikáciami variačného počtu. Pracoval aj v oblasti matematickej analýzy, algebry a matematickej fyziky.



Známy je aj Hamiltonov princíp najmenšieho účinku. Jeho meno nesú určité typy diferenciálnych rovníc a funkcií. V rokoch 1843–1865 študoval kvaternióny a rozvinul systematickú prácu dublinskej školy matematikov na tejto problematike. Napísal *Čítanie o kvaterniónoch* (1853), *Prvky kvaterniónov* (1866). Zaviedol pojem **vektor** (1847) a podal formálne presný výklad komplexných čísel (1835–1837). Aritmeticky ich vysvetlil a tak odstránil všetko, čo sa zdalo záhadné a tajuplné na tých "podivných" matematických výrazoch.

### Prístupný nadšeniu

Opojenie básňami, filozofiou, ale niekedy aj alkoholom, nezničilo rozvinuté logické myslenie tohto svojhlavého génia. William Rowan Hamilton zostane zapísaný medzi významných predstaviteľov modernej matematiky.



## Karl WEIERSTRASS – neobyčajne svedomitý matematik

### Študent i učiteľ

Ak sa zahĺbite do riešenia zaujímavého problému, zabudnete aj na čas. Stalo sa to i mladému učiteľovi matematiky. Jedného dňa neprišiel do svojej triedy. Keď ho riaditeľ školy vyhľadal, našiel ho doma zahĺbeného v matematických úvahách. Budúci významný nemecký matematik Karl Weierstrass (1815-1897) pracoval v izbe, kde boli zatiahnuté záclony a nezbadal, že už je deň a treba ísť opäť do školy.

Úradníci v štátnej službe boli často prekladaní z miesta na miesto.

Tak aj malý Karl, narodený **31. 10. 1815** v Ostenfelde, úradníkov syn, navštevoval postupne rôzne základné školy. V roku 1829 prišiel na gymnázium v Paderborne. Bol veľmi úspešný študent v rôznych oblastiach. Bol viackrát najlepším žiakom v mnohých predmetoch, napr. v nemčine, latinčine, gréčtine i matematike. V roku 1834, po päť a polročnom štúdiu, namiesto osemročného, zmaturoval s ocenením „prvý zo všetkých“. I keď mladého Weierstrassa zaujímala matematika, otec chcel mať z neho štátneho úradníka a dal ho študovať právo do Bonnu. Syn nezanedbával štúdium, ale povrávalo sa, že ne jeden večer patril v krčmičkách k najveselším. Nechýbal ani na šermiarskom kolbišti. Túžba po matematických vedomostiach preda len prevládla. Štúdium práva zanechal nedokončené a odišiel na akadémiu do Münsteru urobiť učiteľské skúšky z filozofie, pedagogiky a matematiky. Tu ho pre hlbšie štúdium matematiky nadchol a získal dobrý učiteľ K. Gundermann. Ten spoznal, že Weierstrass si samoštúdiom doplnil základné vedomosti a je schopný ďalej rozvíjať teóriu eliptických funkcií.



Prvé gymnaziálne miesto získal Weierstrass v Deutsch-Krone v západnom Prusku. Vyučoval týždenne 30 hodín, učil okrem matematiky a fyziky aj botaniku, zemepis, dejepis, nemecký jazyk, krasopis i telocvik. Pritom študoval diela Abela, rozvíjal nové matematické myšlienky. Od roku 1848 až do 1855 vyučoval na strednej škole v Braunsbergu. Publikovaním niektorých výsledkov svojich prác vzbudil pozornosť matematikov

v samotnom Berlíne. Od roku 1856 začal prednášať matematiku na polytechnike v Berlíne.

Neskôr sa stal profesorom na univerzite a členom berlínskej akadémie (1864). Veľa prednášal, vedecky pracoval od skorého rána do neskorej noci. Bol dekanom filozofickej fakulty (1873 – 1874) i rektorom univerzity. Posledné prednášky vykonal 75-ročný Karl Weierstrass v školskom roku 1889/90. Zomrel v Berlíne 19. 2. 1897.

### Matematické výsledky



Dôslednými prednáškami Weierstrass prehlboval svoje matematické myšlienky. Pozorne dobudoval základy matematickej analýzy. Presne objasnil pojmy infimum a minimum, funkcia, spojitosť, derivácia. Popularizoval  $\epsilon - \delta$  symboliku. Zaviedol absolútnu hodnotu, totálny diferenciál, rovnomernú konvergenciu. Zdôvodnil teóriu komplexných funkcií pomocou mocninných radov. Ukázal príklad funkcie, ktorá je spojitá a nemá v žiadnom bode deriváciu. Z izolovaných výsledkov vybudoval modernú a presne zdôvodnenú teóriu eliptických funkcií na základe teórie funkcií komplexnej premennej. Princípy matematickej analýzy sa snažil transformovať na najjednoduchšie aritmetické pojmy. Výsledkami svojej práce sa natrvalo zapísal do teórie analytických funkcií a variačného počtu. Oplyvnil teóriu reálnych čísel, lineárnu algebru i diferenciálnu geometriu.

Profesor Weierstrass založil na univerzite v Berlíne prvý čisto matematický seminár. Jeho ozdobou boli aj úspešní žiaci: G. Frobenius, H. A. Schwarz, S. Kovalevská, Mittag-Leffler, G. Cantor, I. Fuchs a ďalší. I keď boli Weierstrassove prednášky niekedy dosť neurovnané, originálne matematické myšlienky produkoval sústavne. Mnohí sa zúčastňovali jeho prednášok a seminárov aj preto, že pre mnohých z nich bol priateľom a spolupracovníkom. Veľmi málo však sám publikoval. Mnohé diela vyšli až posmrtno ako zápisy prednášok, ktoré urobili jeho najlepšie žiaci. Zobraté spisy vyšli až v rokoch 1894 – 1927. Weierstrassove výsledky sa často dostali z prednášok či nepublikovaných spisov na verejnosť a tak sa stalo, že si niektorí matematici privlastnili jeho nápady.



### Vedieť študovať

Z vidieckeho učiteľa sa postupne stal významný vysokoškolský profesor a slávny matematik. Jeho matematická tvorivosť pôsobila v hlavných smeroch vtedajšej matematiky. Skromný a usilovný Weierstrass bol zaslúžene ocenený členstvom v akadémiách vied v Miláne (1863), Paríži (1868). Vedel ukazovať cesty k účinným výsledkom, naznačoval body, z ktorých sa možno dostať k novým objavom. Bol presvedčený, že dôležité je – naučiť sa učiť sa.





## George BOOLE – húževnatý samouk univerzitným profesorom

### Algebra logiky

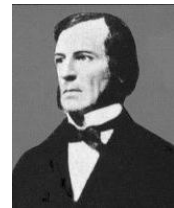
Naznačil postup, pomocou ktorého možno kontrolovať naše úsudky, formalizovať a upraviť do podoby matematických výrokov. Základným logickým pojmom priradil matematické operácie a ukázal, že tieto prvky procesu myslenia možno previesť do matematického jazyka a skúmať metódami algebry. Úvod do jeho teórie sa stal súčasťou modernej elementárnej matematiky.



George Boole (2. 11. 1815 – 8.12.1864), anglický matematik a logik, vytvoril symbolický kalkul umožňujúci, po neskorších úpravách, rozvoj teórie booleovských algebier, ktoré našli uplatnenie v teórii miery a integrálu, v teórii pravdepodobnosti i matematickej štatistike, topológii a inde. S jej modelmi sa pracuje v logike (výroková algebra, teória tried) a teórii počítačov i kybernetike.

### Životný osud

George Boole sa narodil v Lincolne ako syn obuvníka. Jeho otec, schopný a ochotný diskutovať o všetkom možnom, mal však okrem remesla aj mimoriadny záujem o optickú techniku i matematiku. Vyučoval aj svojho syna, ktorý dvanásťročný prebásnil latinské Horatiove verše do angličtiny. George neskôr ovládal aj gréčtinu, francúzštinu a nemčinu. Od pätnástich rokov bol pomocníkom v knižnici, neskôr sa stal učiteľom v základnej škole. Pre nedostatok finančných prostriedkov nemohol študovať na vysokej škole. Bol úplným samoukom. Pretože knihy z matematiky boli lacnejšie než jazykovedné publikácie, preštudoval matematické spisy od Newtona, Lagrangea, Laplacea a ďalších. Založil vlastnú súkromnú školu, kde viedol žiakov k samostatným objavom matematických poznatkov. Prvú vedeckú prácu napísal roku 1835. Začal si dopisovať s matematikmi z Cambridgeskej univerzity. Najprv sa zaujíma o diferenciálne rovnice, pri ich riešení ponúkol predstavu operátorov. Získal zlatú medailu univerzity (1844). Svoje práce posielal do časopisu, ktorý založil D. F. Gregory. Originalita Booleových myšlienok presvedčila jeho prívržencov o tom, že patrí na univerzitu. Od roku 1849 sa stal profesorom na novozaloženej Queens College v meste Cork (Írsko), aj napriek tomu, že nemal univerzitné vzdelanie. Oženil sa, mal päť dcér, písal a publikoval aj básne. Za matematické práce bol zvolený za člena Kráľovskej spoločnosti (1857). Zomrel na následky zápalu pľúc.



### Z diela



Hlavné odborné práce venoval logike: *Matematická analýza logiky* (1847), *Logický počet* (1848), *Skúmanie zákonov myslenia* (1854). Boole vyjadril logické zákonitosti a vzťahy rečou aritmetiky, v podobe výpočtov. Uvedomil si, že logické operácie treba skúmať z hľadiska ich formálnych vlastností, čo umožní premieňať výrazy zostavené zo znakov týchto operácií a symbolov premenných, nezávisle od obsahu týchto premenných. Tak získal algebru logiky. Jeho idey rozvinuli A. Morgan, W. Jevons, Ch. S. Peirce, A. N. Whitehead a E. Schröder, ktorý spracoval zásady systému symbolickej logiky do dnešného tvaru a nazval ich Booleovým menom. George Boole prispel zaujímavými prácami aj do teórie kvaterniónov a teórie pravdepodobnosti. zovšeobecnením dvojhodnotovej logiky výrokov vznikla tzv. teória booleovských algebier, ktorá je dôležitá pri stavbe elektronických počítačov, regulačných systémov a kybernetických zariadení.

### Logika aj výpočtom

*Matematika je pojednanie o operáciách, nezávislé na tom, na ktoré predmety ich možno aplikovať.* Húževnatý samouk, učiteľ, univerzitný profesor George Boole, bol zásadovým demokratom, prekonávajúcim sociálne bariéry anglickej spoločnosti. Zhrnul logické i matematické operácie z hľadiska ich formálnych vlastností a ukázal ich nezávislosť od interpretácie. Odhalil, že možno logické postupy formálne upraviť do schém tak, aby sme mohli robiť úpravy podobné matematickým výpočtom. Neúnavnou prácou sa zapísal medzi slávnych.

## Hermann WEYL – symetrické náznaky vedy a umenia

### Obraz symetrie

V jaskyniach, skalných útesoch, na starovekých nádobách sa už tisíce rokov nachádzajú ľudské kresby, ornamente. V neskoršej dobe ľadovej vyrábala človek svoje pomôcky v geometrických tvaroch (trojuholník, kosoštvorec, lichobežník). Hrnčiarstvom a tkáčstvom sa rozvinul geometrický zmysel (zložité mozaiky, opakujúce sa špirály a meandre). Harmonické usporiadanie, rytmické pohyby, opakovanie prinášalo symetriu obrazcov. Napríklad staroegyptské ornamente predstavujú 17 druhov symetrií. Zdá sa, že už aj táto tvorivosť ukrýva v sebe matematickú informáciu. Jeden z významných matematikov, ktorý vnútorne prežíval súvislosti vedy a umenia poznamenal: *Umenie ornamentu obsahuje najstaršiu časť nám známej vyššej matematiky... Symetria je idea, pomocou ktorej sa človek po celé stáročia usiloval vysvetliť a vytvoriť poriadok, krásu a dokonalosť.*

### Kráša v matematike

*Výraznosť a forma má pre mňa možno väčší význam ako obsah... Vo svojej práci som sa vždy pokúšal zjednotiť pravdu s krásou.* Matematikom, ktorý zvlášť intenzívne vnímal krásu ako svetlo pravdy, bol Hermann Weyl (9.11.1885 – 8. 12. 1955). Vyštudoval u matematika Davida Hilberta v Göttingene (1908), bol jeho najbystrejší študent. Dvadsaťosemročný sa stal profesorom polytechniky v Zürichu, neskôr pôsobil v Göttingene. V roku 1933 emigroval do USA a pracoval v Ústave pre pokročilé štúdiá v Princetone. Potom sa vrátil späť do Zürichu (1951).



Zaujímal sa o trigonometrické rady, ortogonálne a periodické funkcie. Rozpracoval teóriu funkcií komplexnej premennej. Vytvoril spektrálnu teóriu diferenciálnych operátorov. Ovplyvnil aditívnu teóriu čísel, rozvinul teóriu spojitých grúp. Dokázal aplikovať moderné matematické poznatky na problémy geometrie i fyziky (teória relativity, interpretácia časopriestoru a hmoty). Metódou teórie grúp získal výsledky aj v teórii atómových spektier.

### Matematický platonista



Nemecký matematik, fyzik a filozof H. Weyl, člen Americkej akadémie vied a umení, bol predstaviteľom umierneného verzie intuicionizmu, smeru v zdôvodňovaní základov matematiky, ktorý chápal matematické entity ako reálne existujúce a prekračujúce ľudský tvorivý proces.

Nekonštruktívny dôkaz existencie si cenil len ako list papiera, na ktorom je síce napísané čo je v poklade, aby sa matematika zaoberala len definíciami, ktorým zodpovedá konštruktívny objekt, spochybňoval uplatňovanie zákona vylúčenia tretieho pre prípad nekonečných množín. Weyl raz prirovnal matematiku k mlynčeku na mäso: Ak doň vložíte lobodu, loboda vám z neho aj vyjde. Prehlásil: *Čistá matematika uznáva iba jednu,*

*ale za to nevyhnutne povinnú podmienku pravdy – neprotirečenie.*

Uznával matematiku ako intelektuálne dobrodružstvo ľudského ducha. *Matematika je veda o nekonečne, jej cieľom je, aby človek, ktorý je konečný, vystihol nekonečno pomocou znakov.* Hermann Weyl ponúkal matematické myslenie ako súčasť všeobecnej kultúry: *Zaujatie matematikou sa dá porovnať so záujmom o mytológiu, literatúru alebo hudbu. Je to jedna z najvlastnejších oblastí človeka, v nej sa prejavuje ľudská podstata, túžba po intelektuálnej sfére života, ktorá je jedným z prejavov harmónie sveta.* Schopnosť matematizovať naše skúsenosti nám otvára štruktúru nečakaných súvislostí.

## Joseph Louis LAGRANGE – dôsledný analytik

### Vzácne hlavy

Do víru spoločenských revolúcií sa niekedy dostanú i vedci, ktorí často zostávajú bokom od politického života. Za francúzskej revolúcie odsúdil v Paríži revolučný tribunál na smrť významného chemika a fyzika A. L. Lavoisiera. Jeho popravu (8.5.1794) smutne komentoval uznávaný matematik J. L. Lagrange slovami: *Stačil moment, aby odsekli hlavu, ale možno nepostačí ani sto rokov, pokiaľ sa objaví podobná.*

### Zo služobných pomerov

V životopisoch sa často uvádza, že Joseph Louis Lagrange mal francúzsko–taliansky pôvod. Narodil sa v Turíne **25. januára 1736** ako najstarší z jedenástich detí. Jeho pradedko prišiel z Francúzska a bol v službách savojského kráľa Karola Emanuela II. Lagrangeov starý otec slúžil ako vojak v Taliansku, otec bol vojenským pokladníkom, ale jeho rodina bola chudobná. Neskôr, keď bol **Lagrange** už známym matematikom povedal: *Keby som bol bohatý, nedosiahol by som pravdepodobne svoje postavenie v matematike.*

Lagrange, v mladosti sa v Taliansku menoval Lodovici Lagrangia, tak horlivo študoval na delostreleckom učilišti v Turíne, že sa už ako 19 ročný stal učiteľom matematiky na tejto škole, i keď bol mladší ako väčšina jeho prvých študentov – budúcich ofícierov. Hneď na začiatku svojej vedeckej činnosti Lagrange vytvoril skupinu mladých matematikov a fyzikov, ktorí uverejňovali svoje práce vo vlastných zborníkoch. Dušou turínskeho krúžku bol sám Lagrange. Najprv študoval vlastnosti zvuku (spis *O podstate a šírení zvuku*, 1759). Zistil nové metódy integrácie a hľadania extrémov funkcií. Tieto výsledky oznámil Eulerovi, ktorý ich ocenil návrhom, aby sa ešte len 20 ročný Lagrange stal členom Berlínskej akadémie. V roku 1764 vyhral cenu Parížskej akadémie za teoretické práce o pohybe Mesiaca. Celkove získal 5 prémií tejto akadémie vied.



### Krátko v Paríži, dlho v Berlíne

Veľmi podnetným a šťastným obdobím jeho života bol polrok strávený roku 1766 v Paríži. Vtedy sa osobne zoznámil s d'Alembertom, Clairautom, Condorcetom. Samotársky a skromný Lagrange spoznal účinnosť priamych kontaktov medzi vedcami. V novembri roku 1766 prišiel na pozvanie pruského kráľa Fridricha II. do Berlína, aby nastúpil na miesto Eulera za riaditeľa matematickej sekcie Akadémie vied. V pozvaní sa hovorilo že „... je potrebné, aby najväčší matematik Európy žil v blízkosti najväčšieho kráľa.“ Tridsaťročný Lagrange bol už vyzretým matematikom. V Berlíne prežil skoro 21 rokov. Boli najproduktívnejším obdobím jeho života. Nehýril dvorným životom, ale svoj čas obetoval vede: *Zaoberám sa štúdiom matematiky v klúde a tichosti. Pretože ma nič a nikto nenaháňa, pracujem viac pre svoje potešenie ako z povinnosti, staviam, búram, predstavujem až dovtedy kým dostanem niečo, s čím som aspoň trochu spokojný.*

### Rozvážne užitočné premýšľanie



Matematika bola jeho vášňou. Zaplnila mu celý život, priniesla mnoho radostných chvíľ. Lagrange založil (1797) pojem derivácie na mocninových radoch, po ňom je pomenovaná známa veta základov matematickej analýzy o existencii bodu, kde má spojité funkcia deriváciu určitej vlastnosti. S Lagrangeovým menom je spojený aj istý interpolačný polynóm. Vyriešil zaujímavé problémy analytického variačného počtu, vytvoril metódy pre separáciu reálnych koreňov algebraickej rovnice a ich aproximáciu reťazovými zlomkami. Študoval racionálne funkcie koreňov rovníc a ich správanie pri permutáciách koreňov. Dosiahol upevnenie



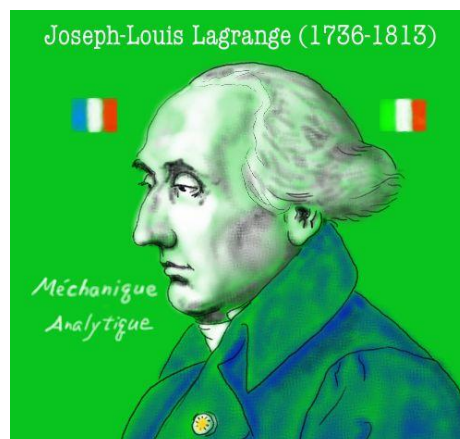
základov diferenciálneho a integrálneho počtu, prispel k rozvoju teórie determinantov a matic, teórie pravdepodobnosti, aritmetiky i algebry. V teórii čísiel dokázal, že každé prirodzené číslo možno napísať v tvare súčtu najviac štyroch štvorcov, t. j. druhých mocnín iných čísiel. Naznačil veľa nových matematických pojmov, napr. pojem grupy, invariantu, trojný integrál, primitívna funkcia a podobne. Skúmal zákon skladania síl pôsobiacich v rovnakom bode. Formuloval zásady klasickej mechaniky, výsledky svojich prác aplikoval na problémy dynamiky.

### Zmierení aj s ocenením

V roku 1787 odišiel Lagrange do Paríža, kde bol (1772) prijatý za akademika a vysoko uznávaný vo vedeckých kruhoch. Od panovníka Ľudovíta XVI. dostal penziu a byt v Louvri. Uverejňoval výsledky predchádzajúcich matematických a fyzikálnych štúdií, napr. *Analytická mechanika* (1788), písal učebnice. Zaoberal sa filozofiou, chémiou, históriou i medicínou. Ani revolučné roky vo Francúzsku (1789–1794) neotriasli jeho pozíciou. Bol „Cheopsovou pyramídou vedy.“ Stal sa profesorom na École Normale (1795) i École Polytechnique (1797). Lagrangeove zobrať spisy z matematiky, astronómie a mechaniky obsahujú 14 zväzkov. Prispel aj k reforme mier a váh. Za Napoleonovej vlády dostal veľa vyznamenaní i rád Čestnej légie, bol senátorom, dostal grófsky titul. Časté žľzníkové záchvaty však zhoršovali jeho zdravotný stav. Po nešťastnom úraze ochorel. Svoju poslednú hodinku očakával s obdivuhodným zmierením: *Na nikoho som sa nehneval, nikomu som nič zlého neurobil, chcem svoju cestu skončiť...* Zomrel 10. apríla 1813 v Paríži. Pochovaný je v Pantheone – francúzskom národnom pamätníku.

### Skromný vedec, láskavý filozof

Lagrange sa vždy snažil pochopiť podstatu vecí a javov, objaviť všeobecné princípy, ktoré vytvárajú vlastnú základňu vedy. Objavoval nové východiská, spresňoval potrebné pojmy a technické prostriedky, vypracoval elegantné a dokonale jasné formy postupov pre riešenie úloh, vytvoril smelé abstraktné teórie. Vytušil, že skrytá harmónia je mocnejšia ako zjavná. „Lagrange bol rovnako filozofom ako matematikom. Dokázal to celým svojim životom, striedanosťou nárokov na pozemské dary, hlbokou oddanosťou všeobecným záujmom ľudstva, šľachetnou prostotou svojich zvykov, vznešenosťou svojej duše a hlbokou spravodlivosťou pri oceňovaní svojich súčasníkov“ (Fourier). Všetko podriaďoval vedeckej práci. Veľké ciele poznania pravdy nespájal s osobnými zásluhami, nesúťažil, vždy vedel oceniť úspechy iných. Nemal rád spory, bol neobyčajne duševne vyrovnaný. Celá jeho bytosť ako keby bola naplnená tichou iróniou. Prekážky prekonával usilovnou prácou.



## Nikolaj Ivanovič LOBAČEVSKIJ – odvaha v myslení

### Nereálne predstavy?

Zdá sa, že je to jednoduché: byť odvážny iba v myšlienkach. Tak to skúste. Predstavte si, že bodom  $P$ , ktorý neleží na danej priamke  $p$ , v rovine určenej priamkou  $p$  a bodom  $P$ , prechádzajú aspoň dve rôzne priamky  $b$ ,  $c$ , ktoré nemajú s priamkou  $p$  žiadny spoločný bod. A uvažujte ďalej! Vychádza vám z toho, že súčet vnútorných uhlov v trojuholníku by bol potom menší ako dva pravé uhly? Zdá sa vám, že súčet vnútorných uhlov v rôznych trojuholníkoch by tiež bol všeobecne rôzny? Ukazuje sa vám, že pri takto zavedenej predstave už neexistujú podobné obrazce a každá úsečka vlastne definuje určitý uhol?



K jedným z prvých, ktorí sa vedeli odtrhnúť od bežných navyknutých predstáv, že euklidovská geometria nie je jedinou formou pre odraz priestorových vzťahov sveta, ktorý skúmame, patril Nikolaj Ivanovič Lobačevskij (1. 12. 1792 – 24. 2. 1856), ruský matematik, profesor na univerzite v Kazani, dekan matematicko-fyzikálnej fakulty. Prednášal matematiku, fyziku, astronómiu. Od roku 1827 bol nepretržite 19 rokov rektorom kazanskej univerzity. Uznávaný kolegami, ctený študentmi.

### Zaujímavé stretnutie

V roku 1845 sa s profesorom Lobačevským stretol na kazanskej univerzite aj mladý študent Lev Tolstoj a takto si na neho spomína: *Pamätám si na neho výborne. Vždy bol takým vážnym a skutočným vedcom. To, čo v geometrii robil, som vtedy vôbec nechápal. Dostal som sa s ním do rozhovoru ako s rektorom. Správal sa ku mne dobrosrdečne, i keď ja som bol študentom, a veľmi mizerným. Lobačevskij mal povest' energického človeka, prísneho examinátora. Jeho pomer k študentom bol však naplnený priamo otcovskou starostlivosťou.*

### Zdôvodňovane neskutočného

Aká bola história Lobačevského cesty k neeuklidovskej geometrii?

V rokoch 1823–1826 rozvíjal základy geometrie s novým piatym postulátom rovnobežnosti. Vedel, že Euklidova piata axióma sa nedá z predchádzajúcich presne odvodiť. *Všetkým je známe, že teória rovnobežiek je teóriou doposiaľ neuzavretou. Márne úsilie, ktoré od Euklidových čias venovali vedci tomuto problému, vzbudilo vo mne podozrenie, že v samotných pojmoch nie je tá pravdivosť, ktorú chceli doposiaľ všetci dokazovať.* 24. februára 1826 predložil Lobačevskij na univerzite v Kazani vedeckej rade matematicko-fyzikálnej fakulty prácu *Stručný výklad základov geometrie s presným dôkazom vety o rovnobežkách*. V rokoch 1829 – 1830 publikoval v univerzitnom časopise Kazaňskij vestnik po rusky *O základoch geometrie*. Idea neeuklidovskej geometrie sa stretla s nepochopením a posmechom. Lobačevskij neustupuje od svojej "zdanlivej, pomyselnej geometrie".



Odvodil s novým piatym postulátom reťazec viet neobsahujúcich žiadne protirečenie. V roku 1835 publikoval prácu *Zdanlivá geometria*, ktorá vyšla v roku 1837 po francúzsky, v časopise Crelle Journal pod názvom *Géométrie imaginaire*. V nemčine vyšla v roku 1840 aj Lobačevského knižka *Geometrické pojednanie teórie rovnobežiek* a vzbudila pozornosť K. F. Gaussa, ktorý odporučil N. I. Lobačevského za korešpondujúceho člena Kráľovskej spoločnosti vied v Göttingene. Verný svojim ideám, tridsať rokov rozvíjal a objasňoval logický systém neeuklidovskej geometrie. Posledná práca *Pangeometria*, nadiktovaná v roku 1855, vyšla až po jeho smrti a obsahovala zmienku o uplatnení novej geometrie v kozmických súvislostiach. Výsledky práce Nikolaja Ivanoviča Lobačevského boli pochopené a uznané až po roku 1868, po zovšeobecnení neeuklidovskej geometrie do uceleného systému, ktorý sa dá názorne modelovať. V ňom sú Lobačevského predstavy zahrnuté do hyperbolickej geometrie.



Lobačevskij dobre vedel, že *matematika je jazyk, ktorým hovoria všetky presné vedy*. Spoznal, že za základ matematiky môžu byť prijaté všetky pojmy získané z prírody. Pocítil spor medzi zmyslami a rozumom. Vytušil, že *nie je žiaden rozpor v tom, ak pripustíme, že niektoré sily v prírode sa riadia tou, iné zasa inou geometriou*. Po zodpovednej vedeckej práci dospel k novej pravde: *sú dve rôzne geometrie a rovnako oprávnené. Zanechajte zbytočnú námahu získať z jedného rozumu všetku múdrosť. Opýtajte sa prírody, ona chráni všetky poklady a na všetky vaše otázky bude odpovedať určite uspokojujúco*.

### Netradičný odkaz

Odborná činnosť profesora Lobačevského nebola vyplnená iba výskumom v neeuklidovskej geometrii. Rozvíjal poznatky a publikoval aj z oblastí matematickej analýzy, algebry, teórie pravdepodobnosti, mechaniky, fyziky a astronómie. Založil univerzitný vedecký časopis. Bol dobrým pedagógom. Mal schopnosť prebúdať a rozvíjať v mladých ľuďoch samostatnosť myslenia: *Čomu sa treba učiť? Aké schopnosti treba odkryť a zdokonaľiť? Môj názor: nič nezlikvidovať, všetko zdokonaľiť. Rozum patrí iba človeku, rozum znamená určité poznania, v ktorých akoby sa odtlačili prvé platné príčiny vesmíru, ktoré dávajú do súladu všetky naše úsudky s javmi v prírode, kde nemôžu existovať protirečenia*. Nepodľahol komplexu neuznaného génia. Neochvejne uplatňoval široký rozhľad, skúsenosti, organizačný talent a silnú vôľu. Pozorne vysvetľoval, mal schopnosť hovoriť jednoducho, jasne a pútavo. Často prízvukoval: *Človek obohacujúc svoj um vedomosťami sa ešte potrebuje učiť vnímať život. Žiť znamená pociťovať, tešiť sa zo života, mať stále zmysel pre nové, ktoré pripomína, že žijeme*.



### Myšlienková skutočnosť je úžasná

Lobačevskij ukázal, že možno vybudovať bezspornú geometriu aj vtedy, ak nahradíme piaty Euklidov postulát o rovnobežkách novým tvrdením o existencii aspoň dvoch rôznych priamok prechádzajúcich daným bodom, ktoré nemajú spoločný bod s danou priamkou, ktorá týmto bodom neprechádza. Nová geometria priniesla celý rad nových netradičných tvrdení, ktoré sa ťažko dali predstaviť v bežnej rovine. Musel sa presne vymedziť význam názoru pre geometriu i matematiku vôbec. Spory medzi predstavami a definíciami rozriešila myšlienka vytvárania modelov, ktoré spĺňajú základné postuláty. Ukázalo sa, že Lobačevského geometriu možno realizovať veľmi názorne na vhodných modeloch, napr. *Beltramiho - Kleinov model*. Problémy bezspornosti a úplnosti axiomatického systému spolu so zmenami matematického geometrického myslenia vyvolali vznik nových odvetví matematiky. Neeuklidovská geometria sa stala účinným matematickým aparátom vo všeobecnej teórii relativity i v súčasnej kozmológii. N.I. Lobačevskij je príkladom vedca, ktorý mal odvahu hlásať nové netradičné nepredstaviteľné názory. S odhodlaním hodným génia tridsať rokov rozvíjal a objasňoval svoje idey. Pritom kormidloval tvrdou mužnou rukou univerzitu, prebúdzal a rozvíjal samostatnosť a zdatnosť myslenia vo svojich študentoch, žil dôstojným rodinným životom. Vyzdvihoval slobodu ducha a premýšľania, ukázal vedeckú i občiansku smelosť a odvahu, podporil statočnosť i dobrotu ľudského srdca.





## René DESCARTES – premýšľajúci gavalier hľadájúci pravdu

### K základnej pravde



Čo znamená „*Je pense, donc je suis*“ vo francúzštine?

To, čo latinské „*Cogito ergo sum*“. Túto myšlienku ponúkol svetu francúzsky filozof, matematik a prírodovedec René Descartes (31.3.1596 – 11.2.1650). Znamená: „*Myslím, teda som*“. K tomuto, prvému a najistejšiemu, záveru prichádza každý, kto sa zamyslí nad svojim myslením. *Všetko, čo svojimi zmyslami prijímam z vonkajšieho sveta, by mohol byť klam, všetko, čo môžem myslieť, môže byť nesprávne – ale v pochybovaní som si istý sebou ako myšliacou bytosťou...* Túto pravdu pokladal Descartes

za nepochybnú, jasnú a zreteľnú. Pre jeho filozofiu sa stala najvyšším princípom a kritériom pravdivosti. Z toho odvíjal svoj

rozumový prístup k štúdiu prírody, sveta i človeka. Odhodil záťaž minulého tisícročia a vykročil novým smerom – hľadať zdroj istoty a poznania v premýšľajúcom rozume. Vytvoril most medzi stredovekým a novovekým myslením. Pochopil a zdôraznil význam myšlienkovej aktivity človeka a jeho rozumových schopností v procese utvárania pravdivých predstáv o prírode a svete.

### Životný osud

V zámožnej meštianskej rodine v mestečku La Haye neďaleko Tours v západnom Francúzsku narodil sa ako tretie dieťa. Jednoročný stratil matku. Osemročný odišiel na štúdiá do kolégia La Flèche v Anjou. Bol vedený k odporu proti lži a pretvárke. Dostal výborné vzdelanie a dosiahol dobrú úroveň vedomostí z matematiky. Potom študoval právo a medicínu v Poitiers. Na otcovu radu vstúpil ako dobrovoľník do armády. Viac ako desať rokov slúžil jazdecký dôstojník Descartes vo vojskách rôznych potentátov. Pravdepodobne sa zúčastnil bitky na Bielej hore (8.11.1620), po ktorej pobudol niekoľko mesiacov aj v Prahe. Prešiel veľa miest v Čechách, na Morave i v Uhorsku. Cestoval po Nemecku, Švajčiarsku a Taliansku. Poznával prostých ľudí i panovníkov. Od roku 1629 sa usadil v Holandsku (Amsterdam, Leyden, Endegeest a ďalšie). Tam vznikli jeho najvýznamnejšie diela z filozofie, matematiky a fyziky. Na pozvanie švédskej kráľovnej Kristíny odišiel v roku 1649 do Švédska, aby sa zúčastnil na zakladaní Švédskej akadémie vied. Ochorel však na zápal pľúc a v Štokholme zomrel. Jeho pozostatky sa do Francúzska dostali až po 17 rokoch.

### System a metóda

Ani počas vojenskej služby nezanedbal svoj záujem o vedu a filozofiu. Udržoval písomný styk s francúzskymi učencami, najmä s M. Mersenom, ktorý organizoval vedecké diskusie. V noci 10.11. 1619 vo vojenskom tábore v Nemecku si Descartes poznamenal do denníka: *...dnes som plný nadšenia objavil princípy ohromujúcej vedy...* Svoju racionalistickú analytickú metódu rozpracoval do novej metodológie a teórie vedy. Vyvrcholením sa stala slávna *Rozprava o metóde*, ktorá vyšla v Leydene roku 1637. Plný názov tejto práce je *Rozprava o metóde ako dobre viesť svoj rozum a hľadať pravdu v prírodných vedách + Dioptrika, Meteóry a Geometria, ktoré sú ukázkami tejto metódy*. Štyri základné pravidlá karteziánskej metódy boli:

**pravidlo metodickéj pochybnosti** – za pravdivé považovať iba to, čo je v mysli jasné, zreteľné a evidentné; chrániť sa pred prenáhlením a predpojatosťou.

**pravidlo analytického postupu** – rozkladať veci zložité na čo možno najjednoduchšie.

**pravidlo syntézy** – postupovať v správnom poriadku od ľahšieho k ťažšiemu, zhrnúť vzťahy a závislosti od jednoduchých až k poznaniu najzložitejších javov.



**pravidlo kontroly** – dbať pri riešení každej otázky na to, aby sa čo možno najúplnejšie prihliadalo na jej rozličné súvislosti a aspekty; zaistiť úplnosť skúmania.

Tak **Descartes** pomohol vytvoriť pomôcky pre lepšiu schopnosť správneho myslenia, pre uľahčenie skúmania prírody a poznanie vedeckej pravdy. Nech majú výhodu tí, ktorí správne premýšľajú.

## Dôraz na matematiku

*Aritmetika, geometria sú oveľa spoľahlivejšie než ostatné náuky, pretože jedine tieto sa zaoberajú takým jasným a jednoduchým predmetom, že vôbec nepripúšťajú, čo sa skúsenosťou ukázalo ako neisté, ale úplne spočívajú na dôsledkoch vyvedených rozumovým zdôvodnením.* **Descartes** sa hlbšie zaujímal o matematiku od roku 1618. Považoval ju za skvelú ukážku toho, ako môže veda hľadať pravdu presvedčivým usudzovaním. Zaslúžil sa o zdokonalenie algebraickej symboliky. Navrhol označovať známe aj neznáme veličiny písmenami, napr.  $a, b, c, \dots x, y, z$ . Zaviedol označovanie mocnín tak, že mocniteľa písal vpravo hore od mocnenca, napr.  $a^3, a^4$ ; rovnosť značil znakom  $\infty$ . Ukázal geometrické konštrukcie, ktoré zodpovedajú operáciám  $+, -, \cdot, \div, ()^2, \sqrt{\quad}$ . Priraďoval dĺžku ku každému číslu, bez ohľadu na to ako vzniklo. Zaviedol do geometrie algebraické metódy. Dal mocný impulz riešiť geometrické úlohy počítaním a skúmať vlastnosti rôznych kriviek a priestorových útvarov algebraicky. Popísal napr. tzv. *Descartov list*, krivku s rovnicou  $x^3 + y^3 = 3 \cdot a \cdot x \cdot y$ . Tretia časť jeho diela *Geometria* obsahuje algebraickú teóriu rovníc s tvrdením o počte koreňov. Veľa zaujímavých matematických výsledkov nachádzame v jeho dopisoch. Mierne provokujúce sú slová, ktoré **Descartes** napísal v závere: *Dúfam, že naši vnuci mi budú vďační nielen za veci, ktoré som tu vyložil, ale aj za tie, ponad ktoré som úmyselne prešiel, aby som im ponechal zásluhu, že ich objavili.* I keď jeho *Geometria* neobsahuje priame systematické použitie dnešnej metódy súradníc – analytickú geometriu, aj tak bola inšpirujúcim podnetom pre spojenie algebry a geometrie.



Zaoberal sa fyziológiou oka a videnia. Sám brúsil šošovky, poznal zákon lomu svetla. Skúmal meteorologické javy, vyložil vznik dúhy. Vytvoril mechanickú teóriu svetla i sveta. Pochopil, že podstatu vecí spoznáваме lepšie, ak ich skúmame v postupovom vývoji.

## Z myšlienok

- *Poznávanie pravdy je zdravie ľudského ducha.*
- *Nesmieme predpokladať, že všetko je tu kvôli nám.*
- *Jedine príroda robí veľké veci zadarmo.*
- *Mám v sebe ideu Boha ako nekonečnej, všemohúcej a vševetúcej bytosti... Je nemysliteľné, aby ma chcel pravdu milujúci Boh klamať a podvádzať pred mojím zrakom tento svet len ako klamný prelud...*
- *Ideu Boha alebo najvyššieho dokonalého bytia som našiel v sebe s rovnakou istotou ako ideu nejakého tvaru alebo čísla.*
- *Tých, čo odhaľujú vedecké pravdy, možno porovnať s boháčmi, ktorí tým rýchlejšie bohatnú, čím sú bohatší.*
- *Chcem nájsť novú cestu poznania. Tá cesta je: pokus a úvaha.*
- *Až vtedy, keď začnem premýšľať, nachádzam seba a svoje myslenie ako niečo veľmi zodpovedné, ale i slobodné, ale aj isté.*
- *Porovnával som tajomstvá prírody so zákonmi matematiky. Bol som a som presvedčený, že ten istý kľúč otvára dvere k pochopeniu jedného aj druhého.*

- *Je v povahe nekonečného, že nemôže byť pochopené nami, ktorí sme koneční.*
- *Iba tých pokladám za svojich priateľov, ktorí sú takí smelí, že ma upozornia na moje chyby.*
- *Som poverčivý: verím vo veľ duchov ľudstva.*

René Descartes považoval ľudský rozum za rozhodujúci zdroj poznania. Celým svojím dielom



zdôraznil jeho autoritu. Uznával ideu Boha, nekonečna, dokonalosti. Prírodné javy zodpovedne pozoroval, meral a na vysvetlenie používal matematické úvahy. Snažil sa vytvoriť "univerzálnu matematiku", ktorou by exaktne vystihol všetky stránky skutočnosti. V jeho predstavách sa algebraická rovnica stala základným pilierom analytickej geometrie, pomocou rovníc možno riešiť otázky geometrie. Nezaujímal sa o jednotlivé objavy alebo výsledky, ale o zdokonalenie nástrojov poznania. Chcel zjednotiť štruktúru vedy jedinou metódou. Z problémov svojej doby vykročil smerom k novovekej vede, filozofii i matematike, napriek tomu, že kráčal v temnotách sám.



## Sophie GERMAINOVÁ – pochopila aj matematickú krásu

### Revolučné štúdium

V čase zápasov francúzskeho ľudu proti feudálnemu zriadeniu (pád Bastily roku 1789) na začiatku francúzskej buržoáznej revolúcie mladá Sophie nevychádzala do ulíc, ale usilovne študovala v otcovej knižnici. Najviac ju zaujali otcove knižky. Z príbehu o Archimedovi (hrdinská obrana Syrakúz) usúdila, že matematické poznatky môžu byť aj prakticky užitočné. Postupne naštudovala mnohé partie vtedajšej matematiky.

### Osud netradičnej ženy



Sophie Germainová (1.4.1776 – 26.6.1831) žila v období, keď štúdium žien nebolo v móde. Jej rodičia neboli netradičným záujmom svojej dcéry nadšení. Považovali to za prejav duševnej choroby. Talentovaná Sophia sa vedela neskôr vtipne vynájsť. Pod pseudonymom Monsier Le Blanc (v skutočnosti to bolo meno študenta parížskeho polytechnického inštitútu, ktorý opustil školu bez vedomia administratívy) riešila zadávané matematické úlohy. Joseph Louis Lagrange chcel poznať osobne tohto študenta. Stal sa však učiteľom i priateľom Sophie Germainovej.

V rokoch 1811 až 1816 pracovala Sophie Germainová na matematickom vyjadrení vzťahov pre kmitavý pohyb pružných doštičiek. Získala postupne nielen čestné uznanie, ale aj cenu vypísanú francúzskou Akadémiou vied za najlepšiu prácu o matematickej teórii elastických plôch. Z tejto problematiky napísala tri úspešné vedecké práce.

### Úloha Sophie Germainovej

Nebýva zvykom, aby do tajomstiev náročnej teórie čísel prenikal niekto bez odvahy, talentu a vytrvalosti. Sophie Germainová dokázala, že každé prirodzené číslo tvaru  $a^4 + 4$  je pre prirodzené  $a > 1$  vždy číslom zloženým. Podstatou dôkazu je trochu netradičný rozklad výrazu  $a^4 + 4$  na súčin činiteľov nižšieho stupňa:

$$\begin{aligned} a^4 + 4 &= a^4 + 4 + 4a^2 - 4a^2 = a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2 = \\ &= (a^2 + 2)^2 - 4a^2 = (a^2 + 2 + 2a) \cdot (a^2 + 2 - 2a) = \\ &= (a^2 + 2a + 2) \cdot (a^2 - 2a + 2) \end{aligned}$$

Pretože pre  $a > 1$  sú to vždy dva rôzne činitele (nerovnajúce sa jednej), tak každé prirodzené číslo tvaru  $a^4 + 4$  (pre  $a > 1$ ) je číslom zloženým.

V teórii čísel dokázala Sophie Germainová aj tzv. veľkú Fermatovu hypotézu pre niektoré čísla menšie ako 100. Tieto čísla (sú to také nepárne prvočísla  $p$ , pre ktoré je  $2p + 1$  tiež prvočíslom) nazývame na jej počesť *prvočísla Sophie Germainovej*.

### Skromná spomienka

Napriek pochybnostiam niektorých známych matematikov o úrovni matematického vzdelania a presnosti úvah, získala táto nevšedná žena Sophie Germainová prezývku *Hypatia 19. storočia*. Dopisovala si s Legendrom, Lagrangeom i Gaussom. Vynikla aj v chémii, fyzike a geografii. Niektoré jej historické a filozofické úvahy boli považované za elegantné. Naznačila úspešnú cestu ku krásam matematiky aj pre ďalšie ženy.



## Jur HRONEC – citlivý pedagóg vyššej matematiky

### Výrazná postava



K významným osobnostiam na poli matematickej kultúry na Slovensku nesporne patrí Juraj Hronec (17. 5. 1881 – 1. 12. 1959), známy vysokoškolský profesor matematiky. Prispel k vybudovaniu viacerých vysokých škôl (SVŠT, Prírodovedeckej fakulty UK, Vysokej školy obchodnej a Pedagogickej fakulty), položil základy matematickej tvorby a vyučovania matematiky na Slovensku. Jeho vedeckou oblasťou boli diferenciálne rovnice. Napísal 24 samostatných vedeckých prác s touto problematikou. Bol autorom prvých vysokoškolských učebníc vyššej matematiky napísaných po slovensky. [*Lineárne diferenciálne rovnice obyčajné* (Praha, 1938), *Diferenciálny a integrálny počet I, II* (Martin 1941, 1946) *Diferenciálne rovnice I, II* (Bratislava 1956, 1958)] Spolu napísal 11 odborných knižných publikácií a 15 článkov o pedagogike i organizácii školstva.

### Osobnosť učiteľa

Profesor Hronec bol vždy presvedčený o tom, že len učitelia charakterní a pevní si príkladným životom a premysleným vystupovaním získajú vážnosť a úctu. Neustále si uvedomoval nenahraditeľnú dôležitosť učiteľovej osobnosti pri ľudskej i odbornej orientácii študentov. Dôstojnosť vyučovania prehlboval súladom citu i rozumu, vytváraním vonkajšej nevyhnutnosti a vnútornej náklonnosti k štúdiu. Chcel charakterom rozvíjať charakter, duchom oživovať ducha. Spoznal, že pri každom vyučovaní má ísť výchova pred učením. Podporoval trpezlivú a vytrvalú povahu, nestranné mravné názory, zušľacht'ovanie rozumu i citu. Hronec veľmi vážne skúmal vlastnosti, ktoré má mať kvalitné a úspešné vyučovanie i dobrý učiteľ. Hľadal pedagogické pravidlá ako prírodovedecké zákony, metódami podobnými matematickým úsudkom. Zavčasu spoznal, že *kde niet zdravého zrna, tam niet dobrého klasu*. Vedel, že v škole sa má podnecovať a rozvíjať študentský záujem. V školskom prostredí sa žiak nielen vyučuje, ale aj učiteľ sa ďalej učí. Uznával, že presvedčivý kantor vždy získa nadšených žiakov.

Hronec presvedčoval svojou učiteľskou osobnosťou o tom, že z prostredia našich škôl zostane živou len tá predstava, ktorú sme pochopili, precítili, prežili, zapojili do vnútorných myšlienkových súvislostí. Odhalil hlboký vzťah medzi vyučovaním matematiky a pedagogikou. Zvýraznil zásadný podiel osobnosti učiteľa matematiky, jeho spravodlivosti, uznanlivosti, šľachetnosti, činnej energie, silnej vôle, presnosti i svedomitosti v procese štúdia matematiky. Hlásal i žil matematiku ako prostriedok výchovy charakteru.

### Zodpovedná ľudskosť

Naznačme si niekoľkými myšlienkami pedagogický odkaz, ktorý nám zanechal profesor Jur Hronec:

- *Byť učiteľom, byť formujúcim činiteľom ľudského ducha je veľmi krásne a vznešené poslanie.*
- *Hľadať spôsob vyučovania znamená hľadať dobrých učiteľov, a tak aj vnútorná reforma závisí najmä na osobnosti učiteľa.*
- *Ak chce učiteľ, aby jeho vyučovanie bolo čím úspešnejšie, musí poznať individuálne osobitosti žiakov a musí sa usilovať len tie vlastnosti učiva nechať pôsobiť, ktorým zodpovedajúce zmyslové schopnosti žiakov sa už dost' vyvinuli, sú už dost' intenzívne, aby pôsobenie vnímali a spracovali.*
- *Vyučujúci môže oduševnenie u žiakov nižších tried povzbudiť vľúdnosťou, úprimnosťou a taktnosťou, u žiakov vyšších tried zasa vedomosťami, skúsenosťou, vzdelanosťou, zvlášť vynikajúcim charakterom. Učiteľ s týmito vlastnosťami imponuje žiakom, žiaci cítia,*



*že učiteľ s nimi žije, a oni sa mu odplácajú usilovným učením, čo však znova povzbudzuje učiteľa k práci a tak oduševnenie sa stane nevyčerpatelným prameňom učiteľovej sily.*

- *Dobrý učiteľ je vždy živou bytosťou, ktorá sa úplne oddá práci, výchove a vyučovaniu, ktorá nehľadá na vlastný záujem, ale pred očami má len objekt vyučovania: tento ju zaujíma a oduševňuje.*
- *Treba napísať dobré učebnice a treba určiť dobrý spôsob vyučovania. Dobré účinkovanie učebnice závisí predovšetkým na dobrom učiteľovi a len potom na autorovi učebnice.*
- *Každý profesor môže toľko vložiť do jednotlivých predpisov, koľko sám chce a bude vkladať, lebo učiteľa budú posudzovať podľa toho, koľko vedia jeho žiaci.*
- *Vedomosti sa dajú dosiahnuť po prvé veľkými požiadavkami učiteľovými, ktoré sú spojené s jeho prísnosťou, po druhé dobrým spôsobom vyučovania.*
- *V každom žiakovi, v každom človeku má byť vychovávaná osobnosť ľudská, humanitná, t. j. taká, ktorá svoju silu, svoju energiu podľa možnosti čo najekonomickejšie venuje prospechu a dobru celého národa, celého ľudstva. Toto má byť konečný a veľkolepý cieľ každého vyučovania.*
- *Za učiteľa treba pripustiť len mladíka ideálne zmýšľajúceho, ktorý pozná ťažkú úlohu pedagóga, kto má srdce vrelo spolucítiace s mládežou, kto sa činne a energicky chce chytiť do vyučovania a kto subjektívne pôsobí na city mládeže.*
- *Keby som si mal znova voľiť povolanie, chcel by som byť len profesorom matematiky. Je to veda, ktorej zásady platili včera, platia dnes a budú platiť aj zajtra.*

## U nás doma

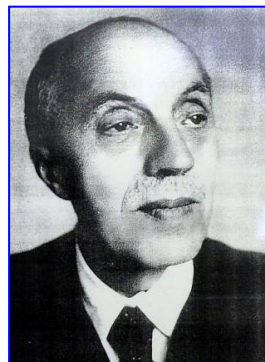
*My Slováci sme malý národ, a preto aj naši mladí matematici nemajú také možnosti rozvoja, ako majú príslušníci veľkých národov Túto nevýhodu možno vyvážiť jedine zvýšeným úsilím pri sebazdokonaľovaní, vlastnom štúdiu a zabezpečovaní všestranného rastu. Profesor Hronec, šľachetný a múdry človek, sa vždy hlásil k svojmu ľudu. Chcel na základe exaktného vedeckého modelu formovať človeka, učiteľov i matematikov. Mladým ľuďom, študentom odkázal: *Verte mi, milí priatelia, niet nič krajšieho, vznešenejšieho, ako práca. Práca vám vyplní váš život, bez nej je život prázdny, obsah života trvanlivo nevyplní nijaká zábava. V práci nájdete vždy útechu a zabudnutie po neúspechoch, bojoch a sklamaníach. V práci hľadajte útočisko a potom vám bude vždy dobre. Pracujte, tvorte, pritom vždy dúfajte a buďte šťastní!**



Vyučovanie školskej matematiky je vždy aj prístupom k ideálom. K tým matematickým, ale aj hlboko ľudským. V každej dobe platia pre nevďačné učiteľské povolanie aj slová, ktorých autorom je prof. J. Hronec: *My učelia sme povinní vždy a za všetkých okolností usilovať sa urobiť, viac, než sa od nás očakáva. Len tak zabezpečíme, že sa staneme nasledoviahodnými vzormi pre našu mládež.* Hlbokou motivačnou zásadou pre učiteľov matematiky je Hroncov apel:

*Prvou a najhlavnejšou povinnosťou každého vyučujúceho je získať žiaka pre prácu pri vnímaní pojmov a predstáv, priviesť ho k tomu, aby sa aj on pričínil, aby pracoval a učil sa.*

Matematická kultúra je aj pre radosť ducha.



“  
**Matematika je veda, ktorej zásady platili včera, platia dnes a budú platiť aj zajtra.**

- Juraj Hronec -

## Johannes MÜLLER (Regiomontanus) – systematik rovinnej a sférickej trigonometrie

### Úlohy aj v listoch

Ľudia si v dopisoch oznamujú rôzne správy. Matematici si posielajú úlohy. Taliansky astronóm Giovanni Bianchini dostal v liste úlohu: *Vypočítajte obsah štvoruholníka vpísaného do kruhu s polomerom 60, ak strany štvoruholníka sú v pomere 4:7:13:17.* Zvedavý pisateľ bol mladý nemecký matematik a astronóm Johannes Müller–Regiomontanus (1436–1476). V záznamoch o ňom sa vyskytujú rôzne mená: *Joannes de Monte Regio, Hans von Köninsperk, Königsberger, Molitor, Moller* a podobné ďalšie obmeny. Druhé prírmenie – *Regiomontanus* je zlatinizovaný názov rodiska – Königsbergu, mestečka neďaleko Coburgu (dnes Bavorsko v Nemecku).

### Cesty životom

Jeden z najlepších stredovekých astronómov a matematikov 15. storočia sa narodil **6. júna 1436**. Dvanásťročný začal študovať na univerzite v Lipsku, štúdiá dokončil vo Viedni u významného



astronóma a matematika Georga Peurbacha (1423–1461). Od roku 1458 tu začal aj prednášať matematiku a astronómiu. Niekoľkoročný pobyt v Taliansku mu umožnil zdokonaľiť sa v gréčtine a vyučovať astronómiu v Padove. Na pozvanie kráľa Mateja Korvína sa zúčastnil a možno aj krátko prednášal od roku 1467 na novozałożenej univerzite *Academia Istropolitana* v Pressburgu, dnešnej Bratislave. Pôsobil aj v Ostrihome, Rábe, v Budíne bol správcom kráľovskej knižnice. V roku 1471 odišiel Regiomontanus do Norimbergu. Tu vo vlastnej tlačiarni vydával vedeckú literatúru a riadil astronomické observatórium. V roku 1475 odišiel na pozvanie pápeža Sixta IV. do Ríma, aby sa zúčastnil prác na reforme juliánskeho kalendára. Morová epidémia zasiahla aj jeho. Zomrel 6. júla 1476 v Ríme.

### Odborné práce

Regiomontanus preložil veľa odborných prác z gréčtiny, dokončil po Puerbachovi z arabštiny preklad slávnej astronomickej knihy Klaudia Ptolemaia *Veľká skladba*. Preštudoval práce arabského učenca al-Battáního (okolo 858–929) a v jeho diele našiel a zdôraznil kosínusovú vetu pre sférickú trigonometriu. V rokoch 1462–1464 napísal Regiomontanus dielo *Päť kníh o všetkých druhoch trojuholníkov*, ktoré však vyšlo tlačou až neskôr (1533). Je to prvá práca, v ktorej bola trigonometria jasne oddelená od astronómie, zároveň bol vyložený celý systém viet rovinnej a sférickej trigonometrie. V roku 1467 spísal prvé desiatinné trigonometrické tabuľky, ktoré vyšli až roku 1490. Regiomontanus neriešil trigonometrické úlohy iba konštruktívne, ale aj algebraicky, t.j. výpočtom. Okrem astronomickej teórie a pozorovania komét sa venoval aj popisu a konštrukcii astronomických prístrojov.

Johannes Müller–Regiomontanus rozvinul astronomické i matematické bádanie svojej doby. Medzi prvými v Nemecku počítal s arabskými číslicami, bol vynikajúcim znalcom antickej gréckej matematiky, systematicky študoval trigonometriu a ukázal ju ako samostatnú matematickú disciplínu. Stal sa pozoruhodným astronómom európskej tradície medzi Ptolemaiom a Koperníkov. I keď Regiomontanus zomrel veľmi mladý, získal si svojimi odbornými prácami autoritu medzi matematikmi i v radoch astronómov.



Zaujímavý je úryvok z listu, ktorý poslal Regiomontanus rektorovi univerzity v Erfurte: *I keď iní chcú riešiť svoje problémy svoje problémy vojnami, my chceme zápasit' inými*

*prostriedkami, nie v bitkách, ale pomocou vydávania kníh, treba aby našimi zbraňami neboli zbrane vrhačské, bodáky a baranidlá na búranie pevnosti, ale prístroje Hipparcha a Ptolemaia, ktoré som zostrojil*

*z kovu, obrovské a vhodné pre pozorovanie hviezd.* V roku 1474 vydal J. Müller tabuľky polôh Slnka, Mesiaca a planét na každý deň pre roky 1475–1506. Na 896 stranách obsahovali 30000 číselných údajov spolu s návodom ako prepočítať tieto údaje pre rôzne miesta v Európe. Regiomontanove tabuľky používal aj Krištof Kolumbus a ďalší moreplavci.

### Objavil ďalšiu dokonalosť

Nikomachos z Gerasy (1. – 2. stor. n. l.) sa vyjadril: *Dokonalé čísla sú krásne a krásne veci bývajú zriedkavé.* Dokonalé čísla sú tie prirodzené čísla, ktoré sa rovnajú súčtu všetkých svojich deliteľov, menších ako oni samé. Prvé štyri dokonalé čísla sú **6** = 1 + 2 + 3, **28** = 1 + 2 + 4 + 7 + 14, **496**, **8128**. Už Euklides dokázal, že ak je  $2^n - 1$  prvočíslo, tak  $2^n \cdot (2^n - 1)$  je dokonalé číslo.

Traduje sa, že piate dokonalé číslo **33550336** asi objavil Johannes Müller–Regiomontanus.

### Úloha pre spomienku

Z Regiomontanovho pera je aj táto úloha: *Tyč dlhá 10 stôp je zavesená zvisle tak, že k podlahe zostávajú štyri stopy. V akej vzdialenosti od jej spodného konca sa nachádza na podlahe bod, z ktorého je vidieť tyč pod najväčším uhlom?*

Dokážete túto úlohu vyriešiť?





## Záverečný odkaz

Ponúkaným výberom medailónov zaujímavých osobností, ktoré nesporne ovplyvnili rozvoj našej matematickej kultúry, chcem podporiť nefalšovaný obdiv k ľuďom odkrývajúcim myšlienkové štruktúry, ktoré sa odrážajú v základoch celého nášho poznávania. Matematika ako mohutná stavba ľudskej tvorivosti prispieva k trvalým základom pravdy o svete, v ktorom žijeme. Matematické myslenie ponúka netušené možnosti pre objasnenie doteraz nepochopiteľnej skutočnosti. Naznačuje, že za pozorovanými javmi je často trvalý poriadok matematickej podstaty. Matematika je jazyk, ktorým hovoria nielen prírodné vedy. Nekonečne malé i nekonečne veľké nás ohromuje svojou matematickou štruktúrou. Matematika je na ceste v službe ducha, ktorý vníma konkrétne na pozadí abstraktného. Analýza prírody a ľudskeho myslenia nám ponúka stále jemnejšie perspektívy matematickej reality.

Verím, že aj neúplné správy o ľudských osudoch význačných matematikov, ktorí zanechali podnetné myšlienky pre všetkých ostatných, budú impulzom pre hlbšie a trvalejšie poznávanie skrytých matematických štruktúr v úsilí našich výchovno–vzdelávacích inštitúcií i každého učiteľa matematiky zvlášť.

*Dušan JEDINÁK*

