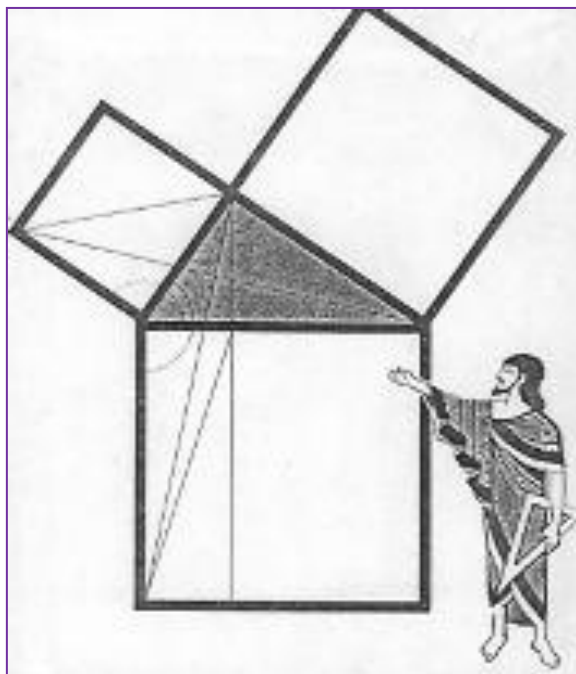


K výročiam významných matematikov

(v školskom roku 2024/2025)

Zostavil

Dušan JEDINÁK



Úvodný príhovor

Ak sa dôvernejšie zoznámite s tvorcami a šíriteľmi matematickej kultúry, ktorí prispeli k prehĺbeniu a rozšíreniu matematických vedomostí vo svojej dobe a zanechali tým trvalú stopu pre celú históriu ľudstva, možno aj vás podnieti inšpirácia pre šírenie a požívanie matematických poznatkov v súčasnosti. Uvádzam pomerne krátke životopisné medailóny o významných matematikoch, ktorí majú v jednotlivých mesiacoch školského roka **2024/2025** okrúhle (deliteľné piatimi) výročie narodenia alebo úmrtia. Tieto literárne podobenky nie sú vyčerpávacím pohľadom na život a dielo spomínaných matematikov. Majú za cieľ iba skromne pripomenúť ľudské osobnosti a profesionálne výkony tých, ktorí mali radi matematický spôsob premýšľania. Možno spoznáte, že na odbornej matematickej činnosti sa zúčastňujú aj ľudské sklony a temperament, túžby i predstavy, úsilie aj zásady.

O B S A H

(životopisné medailóny)

Sylvester
Sierpiński
Wiener
Čebyšev
Bolyai
Dirichlet
Cantor
Noetherová
Clairaut
Klein

Príležitostnou spomienkou na životné osudy ľudí spojených s matematickou kultúrou môžeme ako učitelia školskej matematiky prispieť k hlboko ľudskej motivácii našich žiakov pre trvalú výstavbu zušľachtujúcej civilizácie.

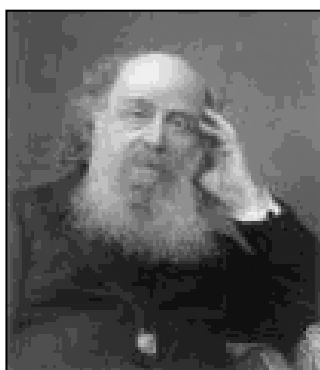
James SYLVESTER – matematik hrdý na svoju poéziu

Plán krásy

Na svete neexistuje taká veda, ktorá dáva do pohybu toľko harmónie ako matematika. Vtipným mužom, ktorý očakával veľkú symbolickú jednotu všetkých matematických disciplín, bol Matematika je najistejšia pôda pre ľudstvo. Zostane nedotknuteľná až kým sa plán univerza, ktorý sa rozprestiera pod našimi nohami ako mapa, nestane súčasťou ľudskej mysle.

J. J. Sylvester (1814–1897), anglický matematik, stelesnená predstava toho, kto žije medzi ideálnymi číslami, vysoko nad problémami všedného dňa. *Svet nápadov, ktorý matematika obsahuje, je oslavou božskej krásy. Spôsob, akým matematika spája všetky svoje časti, je nekonečný poriadok a absolútny dôkaz pravdy, ktorou sa zaoberá. Matematika je najistejšia pôda pre ľudstvo. Zostane nedotknuteľná až kým sa plán univerza, ktorý sa rozprestiera pod našimi nohami ako mapa, nestane súčasťou ľudskej mysle.*

Osudy žitia



V londýnskej židovskej rodine sa **3. 9. 1814** narodil James Joseph Sylvester. Po vychodení základnej školy navštevoval strednú školu v Liverpoole. V rokoch 1831–1837 študoval na St. John's College v Cambridgi. Potom učil fyziku na univerzite v Londýne. *Objekt čistej fyziky je sledovanie zákonov sveta, objekt čistej matematiky je sledovanie ľudskej inteligencie.* V roku 1841 pôsobil polrok na univerzite vo Virgínii (USA). Po návrate do Anglicka študoval právo a pracoval ako matematický štatistik v poisťovacej

spoločnosti. Na súdnom dvore v Londýne sa zoznámil s A. Cayleym (1821–1895) a čínorodo spolupracovali na rozvoji teórie matíc. Do profesionálnej matematiky sa Sylvester vrátil ako profesor na Kráľovskej vojenskej akadémii vo Woolwichi (1854–1870). V rokoch 1877–1883 pôsobil na univerzite J. Hopkinsa v Baltimore (USA). Keď sa vrátil z Ameriky učil v Oxforde na katedre geometrie. V roku 1892 sa vrátil (s poruchami zraku i pamäti) do Londýna, kde 15. marca 1897 zomrel.

Odborné úspechy

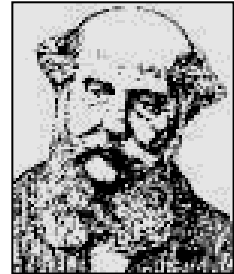
Za svoj dlhý život napísal Sylvester viac než 300 pojednaní z algebry, z teórie matíc a determinantov, z teórie invariantov, pravdepodobnosti, mechaniky a matematickej fyziky. Spolu s A. Cayleym a G. Salmonom (1819–1904) vytvoril Sylvester spolok matematikov, prezývaný „invariantná trojica“. Spolupracovali hlavne na základoch algebraickej teórie invariantov. Uznávali Sylvestrovo presvedčenie: *Matematika je hudbou rozumu... Muzikant cíti matematicky, matematik myslí hudobne. Hudba je sen, matematika je skutočný život.*

Sylvester položil základy teórie elementárnych deliteľov (1851), sformuloval zákon zotrvačnosti kvadratických foriem (1852). Bol úspešným tvorcom

matematických termínov (napr. invariant, kovariant a pod.), zaviedol pojem matice, využíval teóriu matíc na štúdium viacrozmernej geometrie, študoval kanonické tvary kvadratických foriem. Prispel k rozvoju modernej matematike v Amerike (r. 1878 založil prvý americký matematický časopis). Roku 1881 dokázal, že pre každé dostatočne veľké prirodzené číslo n existuje prvočíslo p tak, že platí $n < p < 1,092 \cdot n$. Sylvester tak prispel k objasneniu problematiky Bertrandovej hypotézy.

Poet i hádankár

Mal rád riešenie vtipných problémov. Posielal do novín hádanky. S jeho menom je spojená aj táto úloha: Z veľkého počtu poštových známok s hodnotami 5 a 17 sa dajú skladať rôzne hodnoty. Aká je najväčšia hodnota, ktorá sa nedá vytvoriť kombináciou týchto dvoch hodnôt?



Roztržitý profesor Sylvester mal rád aj poéziu, citlivo vnímal zákutia básnického umenia. Sám vydal *Zákony verša* a bol na toto literárne dielo aj príslušne hrdý. Pritom však zostal verný svojmu presvedčeniu, že *matematika zvyšuje ľudské schopnosti postupnými krokmi od začiatku k stále vyšším stupňom intelektuálnej existencie*.

Matematika je príležitosť

Matematika je skúmanie rozdielnosti v podobnom a podobnosti v rozdielnom. James J. Sylvester, vtipný muž matematickej kultúry, tušil, že svet, v ktorom žijeme, je odrazom vyššej zmysluplnosti, ku ktorej sa vierou a rozumom približujeme. *Nepoznám lepšiu možnosť na podporu schopnosti modliť sa, než štúdium matematiky.*



Waclav SIERPIŃSKI – bádateľ nekonečna

Vo svete čísiel

Viete čo sú prvočísla? Prvočíslom nazývame každé prirodzené číslo väčšie ako 1, ktoré nie je súčinom dvoch prirodzených čísel väčších než 1. Tie prvé sú: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... ale tiež napríklad $2^{127}-1$ alebo $2^{3217}-1$. Už Euklides vedel, že prvočísiel je nekonečne mnoho. Zaujímavé vlastnosti prvočísiel stále udivujú mnohých popredných matematikov na celom svete. Možno sa vám dostane do rúk nevelká knižka s nadpisom *Co víme a co nevíme o prvočíslech* (SNP, Praha 1966). Jej autorom je poľský matematik **Waclaw Sierpiński** (1882–1969).

Vlastenecký zápal



Vo Varšave sa 14. marca 1882 v rodine lekára K. W. Sierpińského narodil syn **Waclav**. Vychodil štátne gymnázium s ruským vyučovacím jazykom. V tom čase nebolo Poľsko samostatné. Mladý **Waclav** mal rozvinuté sociálne a vlastenecké cítenie. So spolužiakmi založil tajnú prípravku na maturitné skúšky pre chudobných chlapcov, ktorí nemohli navštevovať školu, aby sa tak mohli pripravovať na zloženie maturity. Sierpińského záujem o matematiku prebudil jeho učiteľ matematiky W. Włodarski, ktorý sprístupňoval študentom aj poznatky presahujúce rámec učebných osnov. Po úspešnom štúdiu na fyzikálno-matematickej fakulte univerzity vo Varšave

bol **Sierpiński** vyznamenaný zlatou medailou a dosiahol hodnosť kandidáta matematických vied. Po ďalšom štúdiu na Jagellonskej univerzite v Krakove získal roku 1906 doktorát filozofie.

Objaviteľ i zakladateľ

Stal sa gymnaziálnym učiteľom, neskôr vyučoval na súkromných školách. V roku 1906 začal prednášať na univerzite vo Lvove, kde sa stal neskôr mimoriadnym profesorom matematiky. Cez vojnu bol internovaný v Rusku (1914–1918).

Tam sa zoznámil s ruskými matematikmi, navštevoval moskovskú univerzitnú knižnicu, zúčastňoval sa na schôdzach *Moskovskej matematickej spoločnosti*, uverejnil aj niekoľko odborných prác s N. N. Luzinom. Po návrate do Varšavy organizačne a pedagogicky budoval univerzitu, na ktorej bol profesorom matematiky (1918–1960). Tu založil uznávaný medzinárodný odborný matematický časopis *Fundamenta mathematicae*. V období medzi dvoma vojnami rozvinul úspešnú matematickú bádateľskú a učiteľskú činnosť. Stal sa (1952) členom Poľskej akadémie vied, bol jej (1952-1957) viceprezidentom.

Zomrel **21. októbra 1969** vo Varšave.

Waclav Sierpiński vychoval veľký počet úspešných matematikov, pre ktorých bol vedeckým i mravným príkladom v svedomitej a vytrvalej odbornej činnosti. Vytvoril 724 vedeckých pojednaní, monografií, učebníc i popularizačných prác, z toho je 50

kníh a brožúr. Zaoberal sa teóriou množín, topológiou, teóriou čísel, teóriou reálnych funkcií a matematickou analýzou. V roku 1912 zostrojil zjednodušenú Peanovu krivku tzv. *Sierpińskiego koberec*.



O problematike hypotézy kontinua v teórii množín publikoval roku 1934 obsiahlu knihu. Organizoval matematický život v Poľsku, vytváral odborne veľmi úspešné kolektívy matematikov. Obsah jeho prednášok bol vždy veľmi dobre premyslený, doplnený najnovšími poznatkami, prístupňovaný originálnymi pohľadmi. Osobné stretnutia so spolupracovníkmi i žiakmi boli neformálne, plné nadšenia pre pokrok matematiky. Ani strata súkromnej bohatej knižnice s korešpondenciou od vynikajúcich svetových matematikov (Cantor, Lebesgue,

Zermelo), ktorá vyhorela vo vojnovej Varšave, neotriasla Sierpińskiego presvedčením o dôležitosti rozvoja matematického poznávania. Na jeho náhrobku je nápis – *bádateľ nekonečna*.



Ocenené zásluhy

Deväť univerzít udelilo Waclawowi Sierpińskému čestný doktorát, desať vedeckých akadémií ho zvolilo za svojho člena. Bol zástupcom predsedu medzinárodného zjazdu matematikov v Bologni (1928), predsedom zjazdu slovanských matematikov vo Varšave (1929), prednášal na medzinárodnom kongrese matematikov v Zürichu (1932) i v Oslo (1936). Čestným členom Jednoty československých matematikov bol od roku 1923, v roku 1948 mu udelila Karlova univerzita v Prahe čestný doktorát, v roku 1960 bol zvolený zahraničným členom Československej akadémie vied. V roku 1971 po ňom pomenovali jeden kráter na Mesiaci. Matematici na celom svete ocenili jeho zásluhy o rozvoj matematickej vedy.

Waclaw Sierpiński

- matematyk, jeden z twórców warszawskiej szkoły matematycznej, autor licznych prac z dziedziny teorii mnogości, teorii liczb, teorii funkcji rzeczywistych i topologii.
- mathematician, one of the founders of the Warsaw school of mathematics, the author of numerous works on set theory, number theory, theory of real functions and topology.



Norbert WIENER – kormidelník zápasu o poznanie

Nadaný pre štúdium

Od útleho veku som mal záujem o to, čo sa okolo mňa deje, čo je toho príčinou. Štvorročný som vedel čítať a skoro ihneď som sa ponoril do čítania vedeckých kníh najrôznejšieho druhu... Otec ma uviedol do štúdia klasických a moderných jazykov aj do matematiky. Prírodné vedy som študoval, pretože som chcel. Jeden z najvýznamnejších vedcov 20. storočia americký matematik Norbert Wiener (26. 11. 1894 – 18. 3. 1964) položil trvalé teoretické základy kybernetiky a vynaložil veľké úsilie o jej oficiálne uznanie.



Abstraktnú matematickú vedu vedel účinne používať pre riešenie reálnych problémov vedeckého a technického sveta. V knižke ***Kybernetika alebo riadenie a prenos informácií v živom organizme a stroji*** odhalil a formoval zákonitosti pre spracúvanie informácií. Objasnil podobnosť medzi systémom počítačích strojov a činnosťou nervovej sústavy. Ukázal význam princípu spätnej väzby pre systémy automatickej regulácie, spoznal dôležitú úlohu plnohodnotných informácií v organizovaných systémoch. Ovládal desať jazykov, napísal viac než dvesto odborných príspevkov a 14 kníh.

Radosť z matematiky



Zaujímavým odkazom Norberta Wienera je pozvanie k matematickému štúdiu: *Jedna z hlavných pohnútok, ktoré ma hnali do matematiky, bol neprijemný pocit alebo dokonca bolesť, ktorú som cítil, keď niečo v matematike nesúhlasilo, pokiaľ to nebolo vyriešené. Až neskôr som pochopil, že je treba počítať aj s tým, čo nesúhlasí; postupne sa vec rozuzlí a potom je možné pokračovať... Čísla môžu mať kultúrnu a estetickú hodnotu, alebo môžu mať akýsi vzťah k takým pojmom, ako je krása, sila, nadšenie. **Matematika je jedným z druhov umenia...** Tvorba matematikov nenachádza taký ohlas ako diela sochára alebo skladateľa. To je spôsobené tým, že vniknúť aspoň elementárne do podstaty matematiky je oveľa zložitejšie, než dosiahnuť nejaké uspokojenie z hudby... Matematika je veda mladých. Inak to ani byť nemôže, lebo práca v oblasti matematiky je gymnastika mozgu, ktorá vyžaduje naprostú pružnosť a odolnosť mladosti... Najvyššie poslanie matematiky spočíva práve v tom, aby nachádzala skrytý poriadok v chaose, ktorý nás obklopuje.*

Aj pre súčasnosť

Pre našu počítačovú éru môžu byť podnetné aj niektoré ďalšie myšlienky, ktorých autorom je Norbert Wiener:

- *Samočinný počítač má práve takú hodnotu, akú kvalitu má človek, ktorý ho používa.*

- *Keď používame „rozumné stroje“, musíme my sami prejavíť ešte viac rozumu a schopností, ako sme prejavili predtým, kým sme ich nepoužívali. Ak však požadujeme „um“ od stroja, musíme od seba samých žiadať ešte viac rozumu.*
- *Dajte človeku čo je ľudské a počítaču to, čo je strojové.*

V zápase sú víťazstvá i prehry

Vytrvalo sa zamýšľal nad zmyslom vedy a poznania vôbec. *Príroda hrá čestnú hru. Sily, s ktorými sa vedec stretá, sú sily zmätku a nie sily vedomej zloby...*

Dôležité nie je víťazstvo, ale zápas o poznanie... *Veda je pokus vytvoriť ostrovček organizovanosti zoči-voči základnej tendencii prírody k chaosu. Je to bezočivosť voči bohom, ale zároveň aj železná nevyhnutnosť, ktorú nám ukladajú... Vedec by mal byť hnaný takým neodolateľným tvorivým pudom, aby bol dokonca sám ochotný, ak nie je za svoju prácu platený, zaplatiť, aby mal možnosť ju konať... **Disciplínou vedca je zasvätenie pravde...** Nebojujeme o konečné víťazstvo v nekonečnej budúcnosti. Najväčšie možné víťazstvo je to, že človek je, že v bytí pokračuje a že bol. Žiadna porážka nás nemôže pripraviť o úspech, že sme v určitom okamihu existovali, a to vo vesmíre, ktorý sa zdá byť voči nám ľahostajný.*

Pravda i spravodlivosť

Zaoberal sa nielen matematikou, kybernetikou a ich teoretickými alebo aplikačnými problémami, ale aj otázkami filozofickými.

Vedel, že poznanie súvisí s komunikáciou, moc s riadením a hodnotenie s etikou. Norbert Wiener spoznal, že človek

nie je otrokom, ale tvorcom. Hlavnú úlohu vedcov videl v hľadaní skrytého poriadku v zdanlivom chaose prírody. Vždy vyhlasoval

morálnu zodpovednosť vedeckých pracovníkov za výsledky ich činnosti. *Žijeme však v dobe, kedy formy do značnej miery nahrádzajú výchovný obsah, samotná túžba po poznaní sa zriedka pokladá za dôstojný cieľ, pričom sa dnes považuje získanie vyššieho vzdelania viac za záležitosť spoločenskej vážnosti ako za výraz nejakého hlbokého impulzu...*

Je už pokročilá doba a voľba medzi dobrom a zlom búcha na naše dvere.

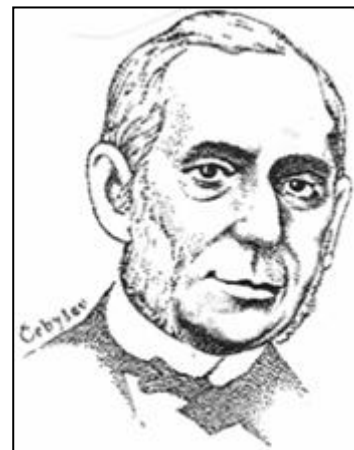
Otec kybernetiky Norbert Wiener ponúkol nevšedné riešenia i nové syntetické pohľady nielen na spôsob spracúvania informácií v riadiacich systémoch, ale aj na problémy hlboko ľudské a bytostne spoločenské.



Pafnutij Lvovič ČEBYŠEV – uznaný za ruského Gaussa

Dlhodobá tradícia

Petrohrad v rokoch 1847–1882. Sobota popoludní. K bytu profesora Čebyševa kráčajú mladí ľudia. Sú to budúci matematici, mechanici, priatelia exaktných vied. Človek, ktorého idú navštíviť je ochotný pomôcť radou, dobrým slovom, príkladom. Vždy v sobotu popoludní môžu prísť debatovať o odbornej problematike. Medzi tým sa často vyriešia aj bežné záležitosti študentského života. Vždy mimoriadne zdržanlivý a zdvorilý P.F. Čebyšev usmerní, poradí, pomôže. Ako žil a pracoval významný ruský matematik Pafnutij Lvovič Čebyšev (1821–1894)?



Zmysluplné štúdium prinieslo úžitok

Na panstve Okatovo v Kalužskej gubernii sa málo známemu ruskému šľachticovi L. P. Čebyševovi narodil 16. mája 1821 syn Pafnutij. Vzdelaný otec zabezpečil základnú výchovu doma. Matka učila syna čítať a písať. Sesternica A. K. Sucharevová, vzdelaná dievča, ktorej portrét si Čebyšev chránil s veľkou láskou až do konca svojho života, viedla vyučovanie aritmetiky a francúzskeho jazyka. V roku 1832 sa rodina presťahovala do Moskvy. Pafnutij sa dostal na štúdiá k P.N. Pogorelskému, veľmi obľúbenému učiteľovi súkromného gymnázia, ktorý



vedel vzbudiť záujem žiakov o matematiku. Pôsobenie skúseného pedagóga malo podstatný vplyv na budúceho študenta Moskovskej univerzity. Šestnásťročný vstúpil do matematického a fyzikálneho oddelenia filozofickej fakulty (1837). Štúdium u profesorov N. E. Zernova a N. D. Brašmana, plné jasného a zmysluplného matematického vzdelávania, rozvinulo zárodky lásky k matematike. Snaživý Čebyšev získal už počas štúdia striebornú medailu univerzity za prácu *Výpočet koreňov rovníc*. Vedecky a pedagogicky začal pracovať na univerzite (1847) v oblasti čistej i aplikovanej

matematiky. Za prácu z teórie čísel získal hodnosť doktora matematiky (1849). V roku 1850 Čebyšev ako prvý dokázal tzv. Bertrandov postulát, tvrdenie, že pre $n > 3$ leží medzi prirodzenými číslami n a $2n-2$ aspoň jedno prvočíslo.

Bol známy aj za hranicami

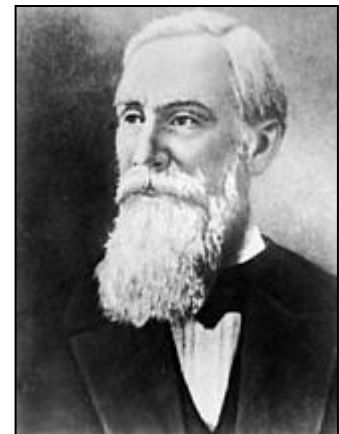
Prvý raz za hranice Ruska vycestoval v roku 1852, s cieľom riešiť otázky praktickej mechaniky. Za celý život vytvoril asi 40 nových mechanizmov a viac ako 80 ich zdokonalil. Napríklad Čebyšev skonštruoval sčítací stroj s plynulým prenosom desiatok z nižšieho rádu na vyšší (1878). Niektoré mechanizmy vystavoval na výstavách v Paríži (1878) a Chicagu (1893). Napísal pojednania o praktickej mechanike, o koncentrických regulátoroch, o prístroji na konštruovanie

geografických máp a pod. Vypracoval teóriu prevodových mechanizmov parných strojov.

Na univerzite v Petrohrade sa stal (1860) riadnym profesorom matematiky. Prednášal teóriu pravdepodobnosti, diferenciálny a integrálny počet, teóriu čísel. Od roku 1853 pracoval v Akadémii vied v oddelení aplikovanej matematiky. Akademikom sa stal v roku 1859. Spolupracoval predovšetkým s V. Ja. Buňakovským, ktorý ho do akadémie priviedol. Vzhľadom na výsledky svojich matematických prác bol Čebyšev zvolený za člena akadémií v Berlíne (1871), Bologni (1873), Paríži (1874), Londýne (1877), Štokholme (1893). Ďalšie počty získal od mnohých ruských aj cudzích vedeckých a kultúrnych inštitúcií.

Odborné výsledky

Vedeckou prácou zanechal viac ako 70 pojednaní z teórie čísel, teórie pravdepodobnosti, teórie aproximácií, teórie mechanizmov. Čebyšev dosiahol dôležité výsledky v problematike rozloženia prvočísel a stanovil asymptotický zákon ich rozloženia. Tieto poznatky publikoval v prácach *O počte prvočísel neprevyšujúcich dané číslo* (1849) a *O prvočíslách* (1858). Čebyševova učebnica teórie čísel sa používala v Rusku celé polstoročie. V teórii pravdepodobnosti študoval náhodné veličiny, dokázal niektoré zovšeobecnené formy zákona veľkých čísel, zistil nové spôsoby dôkazov limitných viet. Stal sa zakladateľom teórie optimálnej aproximácie funkcií pomocou polynómov. Vyriešil aj niektoré problémy integrácie iracionálnych výrazov z algebrických funkcií a logaritmov. Určil základné smery rozvoja matematiky v Rusku a stal sa jedným zo zakladateľov Petrohradskej matematickej školy.



Pafnutij Lvovič mal vždy veľký sklon pre prácu s mechanizmami. Rád konštruoval technické modely, úžitkové prístroje a rôzne mechanické hračky. Pravidelne premýšľal o praktickom uplatnení matematických poznatkov. Vytušil, že zblíženie teórie s praxou prináša tie najpriaznivejšie výsledky. Nielen prax na tom získava, ale aj veda sa rozvíja: objavujú sa nové objekty pre výskum. Každý vzájomný vzťah medzi matematickými symbolmi, hovoril, zodpovedá vzťahu medzi reálnymi vecami – matematická úvaha je rovnocenná veľa ráz zopakovanému experimentu veľkej presnosti, ktorý treba doviest' k logicky a materiálne bezchybným záverom.

Činnosť učiteľská

V pedagogickej práci vedel Čebyšev zjednotiť náročné požiadavky s láskavým prístupom. Aj keď hovoril rýchlo, vysvetľoval presne a zrozumiteľne. Snažil sa, aby si študenti vytvárali návyk pre samostatné premýšľanie a matematickú tvorivosť. Kládol vysoké požiadavky na vedomostnú úroveň svojich žiakov. Pri skúškach nebol veľmi zhovievavý, ale ani veľmi prísny. Poslucháči sa snažili látku jeho prednášok zvládnuť, lebo neurobenie skúšky u neho považovali za zvlášť veľkú hanbu.

Až na pokraj síl

Pafnutij Lvovič Čebyšev prežil život oddaný tvorivej matematickej činnosti. Kráčaľ životom sám, ale necítil sa osamelým. Bez ohľadu na svoje krívanie, chodil rýchlo a reagoval energicky. Jeho trvalým domovom sa stal Petrohrad.

Ráno **8. decembra 1894** si sadol za písací stôl a požiadal o čaj. Služka ho našla skloneného nad stolom v bezvedomí. Smrť nastala ochrnutím činnosti srdca.

Sympatická poznámka

Túžba, aby sa praktické potreby odrážali v matematickej teórii a prispeli k novým vedeckým objavom, ktoré zasa pomôžu k rozvoju praktickej činnosti, zostane trvalým odkazom života a diela, ktoré ním zanechal P. L. Čebyšev. Veľmi pekne to vyjadril slovami: *Za starých časov zadávali matematike úlohy bohovia. Napr. zdvojenie kocky na vymeřenie rozmeru Delfského obetného kameňa. Potom nastalo druhé obdobie, keď úlohy zadávali polobohovia: Newton, Euler, Lagrange. Teraz je tretia etapa, úlohy zadáva praktická činnosť. Moderná prax žiada vždy to najlepšie a najvýhodnejšie.*



János BOLYAI – súboj zmyslov a rozumu



*Boh zatvoril náš rozum do priestoru
a zotročil ho putom pamäti.
Myšlienka – jastrab sotva obletí
len svoju klietku diamantovo – sporú.*

*Ja, blahorečiac duchu za ten čin
vtákovi, ktorý nazrel tam, kam žiaden,
z ničoho nový svet stvoril za deň
jak väzeň povraz tkaný z pavučín.*

*Úzkoprsému nebu navzdory
pootváral som nekonečná navždy.
Nehľadiac na to, kto čo hovorí,
vylúpim trezor nemožnosti každý.*

*Smejem sa, Euklides, starý lišiak,
že s bohom o zákony delil si sa.*

(báseň *Bolyai* od M. Babitsa preložil V. Kondrót)

Piata Euklidova axióma

„Daj pokoj rovnobežkám. Je to bezodná tma, ktorá ťa pohltí. Skúsil som tú cestu, tú bezradnú noc, v ktorej vyhasla všetka radosť a svetlo môjho života. Stráň sa rovnobežiek, tie zhltnú všetok tvoj čas, tvoje zdravie, tvoj pokoj a životné šťastie. Vykonal som obrovskú prácu, aby som geometriu očistil. Vrátil som sa, keď som zistil, že dno tejto tmy z tejto zeme dosiahnuť nemožno. V tomto probléme je večný, do seba zapadajúci cyklus – stály klamlivý labyrint. Ani krok ďalej, ináč si stratený človek.“ Tieto slová napísal otec synovi. Syn však neposlúchol. Stal sa jedným

z trojice objaviteľov neeuklidovskej geometrie. Maďarský vojenský inžinier **János Bolyai** (15. 12. 1802 – 27. 1. 1860), v izolácii od vedeckého sveta, dokázal vybudovať netradičné matematické predstavy, v ktorých neplatilo tvrdenie o existencii práve jednej rovnobežky prechádzajúcej daným bodom k danej priamke.

Životný osud

Bolyaiovci pochádzali zo zemianskych predkov v Sedmohradsku. Chlapec János bol od mladosti veľmi zvedavý. Často kládol otcovi, učiteľovi matematiky, fyziky a chémie, rozmanité otázky. Päťročný poznal súhvezdia oblohy. Pri vychádzke za mesto uvidel planétu Jupiter. Usúdil, že musí byť veľmi ďaleko, lebo aj v meste ju videl na tom istom mieste oblohy. Vplyv starostlivého otca sa prejavil vo vedomostiach a záujmoch syna. Trinásťročný chlapec mal vedomosti na úrovni univerzity, hlavne z matematiky. Poznámky otca o nemožnosti riešenia problémov okolo piateho Euklidovho postulátu vyprovokovali Jánosa k rozhodnutiu vyriešiť úlohu o rovnobežkách za každú cenu. Po úspešnom štúdiu na gymnáziu nešiel pre nedostatok prostriedkov študovať na univerzitu. Absolvoval vojenskú inžiniersku akadémiu vo Viedni (1818 – 1823). Rázny mladý dôstojník Bolyai bol veľmi prchký a vznetlivý. Jedného dňa pristal dokonca až na 13 súbojov. Po každých dvoch žiadal

prestávku, aby si na husliach zahral svoje obľúbené skladby. Všetkých sokov vtedy porazil. Vo vojenských papieroch zostal záznam: *...málovravný, vyhýba sa styku s ostatnými dôstojníkmi, v inžinierskej službe javí nedostatok ochoty, vášnivý šachista...* Predčasnému penzionovaniu sa však pre svoju neznášateľnú povahu a nedostatok vojenskej horlivosti predsa len nevyhol. Ani rodinný život sa mu nevydaril, žena s deťmi od neho odišla. Ľudia sa mu vyhýbali a pohrdali ním. János Bolyai zostal ku koncu života celkom osamelý.



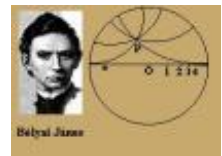
Vášeň objavu

Sústredená práca smelého mladíka, pre ktorého nič nebolo sväté, bola novou výzvou všeobecnej mienke. Viac ako päť rokov spracúval výsledky svojich geometrických predstáv. Už pred rokom 1823 zanechal pokusy o dôkaz piatej Euklidovej axiomy, uvedomil si jej nezávislosť a začal budovať geometriu bez nej. Vtedy písal: *Z ničoho som stvoril nový, iný svet. Ako vám to mám vysvetliť, ako sa mám s vami podeliť s tým, čo len vo mne svieti? Kniha jeho otca Farkaša s 23–stránkovým Jánošovým dodatkom (1832) ponúkala absolútne pravdivú vedu o priestore. Svet sa dozvedel o novom svete, ale odozva nebola veľká. Ocenenie však prišlo od významného nemeckého matematika Gaussa: „...geometrické myšlienky sú tu veľmi elegantne vyložené, i keď pre nezasvätencov príliš stručne a teda trochu ťažko prístupnou formou... považujem tohto mladého matematika za génia prvého rádu.“* Lenže bolo naštrbené prvenstvo. Gauss napísal, že podobné úvahy urobil skôr, no nikde ich nepublikoval. Bolyai bol rozčarovaný. Neskôr si preštudoval práce ruského matematika Lobačevského a priznal prvenstvo jemu. Trpko znášal nepochopenie a stratu prvenstva v poznaní novej geometrie. Tragédia stratenej energie a času na riešenie neriešiteľných problémov – všeobecná metóda na riešenie rovníc piateho stupňa a vyšších stupňov, všeobecný vzorec pre prvočísla, premenu kruhu na štvorec s rovnakým obsahom – vyčerpala jeho duševné sily. Z matematiky už viac nič nepublikoval. *Všetko so všetkým sa stretne vo víchrici a strachu v ohnutom priestore.*

Zápas o pravdu

Svet matematickej vedy sa pretavil do snahy o všeobecné blaho.

Bolyai vyznáva: *...ten, kto okolo seba nenašiel lásku, skôr či neskôr vyvolí si ľudstvo, svoj osud zviaže s hviezdami a po pravde a kráse bude vyznávať dobro.* Hľadanie netradičnej pravdy a túžba po všeľudskej spravodlivosti uštedrili nádejnému matematikovi nepochopenie, smútok i žiaľ. Nebál sa napísať: *Blaho pre jednotlivcov možno priniesť a udržať len vtedy, ak sa dostane pre všetkých a nikto nemôže byť dokonale šťastným, ak neuvidí zaistené blaho pre všetkých ostatných.*



Veril, že veda prehlbujúc poznanie prírody a spoločnosti, je prostriedkom dosiahnutia ľudského šťastia. Jeho osobné poznámky a listy, ktoré neskôr našli, sú toho dôkazom: *Vo vede práve tak ako v samotnom skutočnom živote, je dôležité, aby to, čo je nutné a všeobecne užitočné, i keď ešte nie je dosť jasné, bolo zodpovedne vysvetľované a aby chýbajúci alebo skôr driemkajúci zmysel pre pravdu a právo bol vyburcovaný, náležite utvrdzovaný a podporovaný.* Poznámka *Nie proti pravde rebelujem! Len proti jedinej ceste k nej* – je výkrikom tvorivého ducha, fascinujúcou túžbou človeka po poznaní.

Peter G. Lejeune DIRICHLET – nezabudnuteľný Gaussov nástupca

Známy princíp

Skúste zodpovedne odpovedať na otázku z nasledujúcej úlohy. V našom meste sa narodilo v minulom roku 370 detí. Nájdú sa medzi nimi aspoň dve deti, ktoré sa narodili v rovnaký deň toho roku?

Správna odpoveď je: áno. Ak by sa každý deň roku narodilo najviac jedno dieťa, tak by ich spolu bolo najviac 365 (v priestupnom roku 366). Ale detí sa narodilo 370, teda musí existovať taký deň v roku, kedy sa narodili aspoň dve deti. Je pravda, že nevieme, v ktorý deň sa to stalo, ale je zrejmé, že taký deň nastal.

Vlastne sme použili pomerne známy Dirichletov (zásuvkový) princíp: Ak je viac než n predmetov rozdelených do n skupín (zásuviek), tak existuje aspoň jedna skupina (zásuvka), v ktorej sa nachádzajú aspoň dva predmety. Dokážme túto skutočnosť: Nech po rozdelení je k_i počet predmetov v i – tej skupine (zásuvke) [$i = 1, 2, 3, \dots, n$]. Keby v každej skupine bol najviac jeden predmet, teda k_i by bolo vždy menšie alebo rovné 1, tak potom by všetkých predmetov spolu bolo $k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n \leq n$, ale to je spor, lebo predmetov na rozdelenie je viac než n , teda v niektorej skupine (zásuvke) musí byť viac než jeden predmet, teda aspoň dva.

Postupnosť života



Má veľmi zaujímavé meno. Je odvodené zo spojenia „Le jeune de Richelet“ (mladík z Richeletu; Richelet je mestečko v Belgicku). Jeho rodina emigrovala z Belgicka do Nemecka.

Peter Gustav Lejeune – Dirichlet (* 13. február 1805

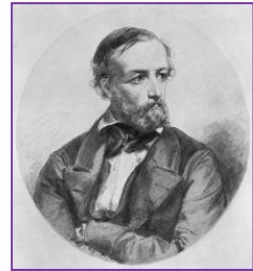
– † 5. máj 1859) začal chodiť (1817) do gymnázia v Bonne, potom doštudoval v jezuitskom gymnáziu v Kolíne nad Rýnom. Bol pozorným študentom, zaujímal sa hlavne o históriu a matematiku (rád si za svoje vreckové kupoval odbornú literatúru). Univerzitu navštevoval v Paríži (od 1822), kde bol aj domácim učiteľom v rodine generála Foya. Spoznal významných francúzskych matematikov (Fourier, Laplace,

Lacroix, Legendre). Do Nemecka sa vrátil v roku 1826. Bol docentom v Breslau (1827), vyučoval (1828) na vojenskej škole a neskôr (1839) bol profesorom na univerzite v Berlíne. Od roku 1855 sa stal nástupcom Gausa na univerzite v Göttingene a vytvoril tam svetové centrum matematického bádania. Oženil sa (1832) so sestrou hudobného skladateľa Felixa Mendelsshona. Mali spolu troch synov a jednu dcéru. Na letnej matematickej konferencii utrpel (1858) srdečný infarkt a po krátkej dobe (asi aj zo smútku za svojou zosnulou manželkou) zomrel.

Matematické záujmy

Hlavné odborné záujmy, na ktoré sa Dirichlet sústredil: teória čísel, matematická analýza (teória potenciálu, nekonečné rady, určitý integrál), matematická fyzika a hydrodynamika. Vybudoval teóriu trigonometrických radov a využitím analytických funkcií rozvinul analytickú teóriu čísel, prispel k správne-

pochopeniu podstaty teórie funkcií. Dokázal Veľkú Fermatovu vetu pre $n = 5$ a pre $n = 14$. Dirichlet podal dôkaz (1837) vety o prvočíslach v aritmetických postupnostiach: V aritmetickej postupnosti $\{a+n \cdot d\}_{n=1}^{\infty}$, kde a, d sú nesúdeliteľné prirodzené čísla, sa vyskytuje nekonečne veľa prvočísiel. Vo variačnom počte zaviedol princíp, ktorý predpokladá existenciu určitej funkcie, ktorá za predpísaných počiatočných podmienok robí určitý integrál minimálnym. Podal (1840) aj kritérium pre rovnomernú konvergenciu radov. S Dirichletovým menom sú spojené aj ďalšie matematické pojmy. Vo funkcionálnej analýze je to: *Dirichletovo jadro*, *Dirichletov integrál*, *Dirichletov problém pre eliptické parciálne diferenciálne rovnice*, *Dirichletov rad* i *Dirichletov vzorec*. Veľmi známa je *Dirichletova funkcia* zadefinovaná takto: k je x racionálne číslo, tak $f(x) = 1$; ak je x iracionálne číslo, tak $f(x) = 0$. Táto funkcia je v každom bode nespojitá. Richard Dedekind (1831–1916) vydal (1862) vydal Dirichletove upravené a doplnené prednášky z teórie čísiel pod názvom *Vorlesungen über Zahlenhtheorie*.



Aktívna skromná spomienka

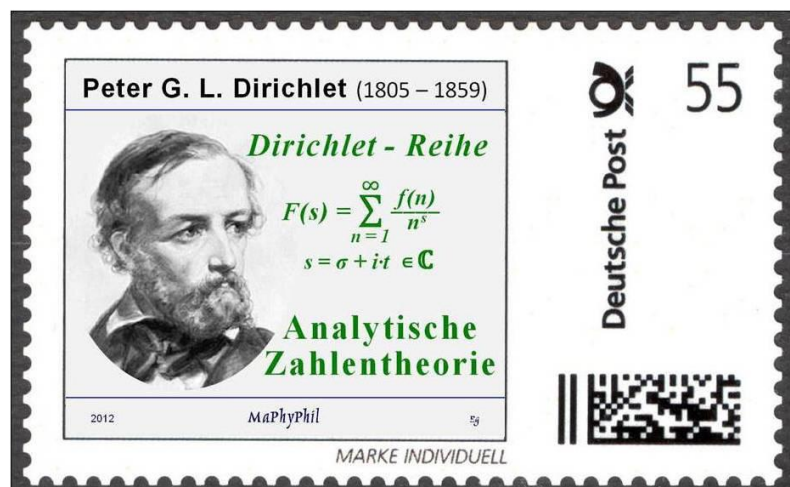
Dúfam, že ľahko uznáte aj trochu všeobecnejší Dirichletov princíp: Ak je viac než $m \cdot n$ predmetov rozdelených do n skupín, tak aspoň v jednej skupine je viac než m predmetov. Skúste vyriešiť úlohu: Medzi ľubovoľne zvolenými piatimi prirodzenými číslami, sú vždy aspoň dve také, že ich rozdiel je deliteľný štyrmi.

Ak ste si to niekoľkokrát vyskúšali, zistili ste, že to platí.

Skúste ukázať všeobecný postup a urobiť dôkaz tohto tvrdenia.



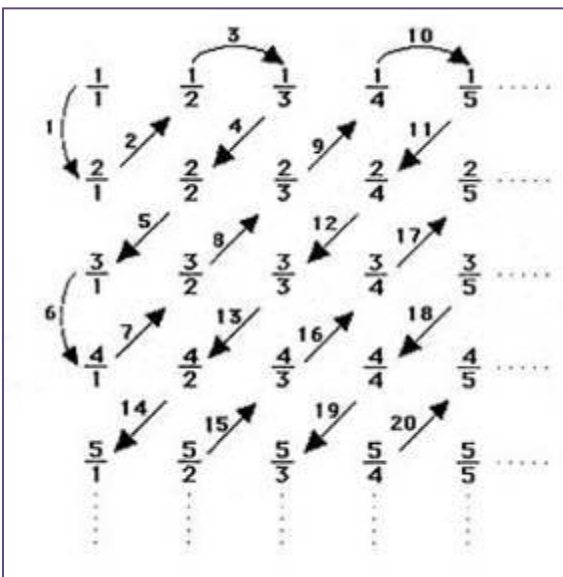
Peter Lejeune Dirichlet širil a spájal vedomosti európskej matematiky, stal sa úspešným nástupcom významných francúzskych i nemeckých matematikov. Bol znamenitý učiteľ s jasnou analýzou problémov i postupov ich riešenia. Aj hudbu vnímal ako podnetnú ideu pre čaro matematiky.



Georg CANTOR – otec teórie množín

Podozrivá skupina prvkov

Množina je skupina určitých objektov, chápaných ako jeden celok. *Množina* je určená svojimi prvkami (vymenovaním jej prvkov) alebo pravidlom, vlastnosťami, ktoré jej prvky majú spĺňať. *Množina* môže mať konečný alebo nekonečný počet prvkov. Určite viete, z akých prvkov sa skladá množina všetkých prirodzených čísiel, ktorá má nekonečne veľa prvkov. Dajú sa postupne počítat'. Pomenujme každú množinu, ktorá má toľko prvkov ako množina všetkých prirodzených čísiel, že je *spočítateľná*. To znamená, že množina je *spočítateľná*, ak je nekonečná a možno jej prvky očíslovať pomocou všetkých prirodzených čísiel. Napríklad aj množina všetkých párných prirodzených čísiel je nekonečná a môžeme ju vhodne očíslovať, napr. takto: $2 \rightarrow 1$, $4 \rightarrow 2$, $6 \rightarrow 3$, atď., všeobecne $2n \rightarrow n$. To znamená, že má „rovnaťo veľa“ prvkov ako množina všetkých prirodzených čísiel. Ale to je zrada. Vždy predsa platilo, že časť je menšia ako celok. Množina párných čísiel je časťou množiny prirodzených čísiel a predsa má „rovnaký počet“ prvkov! Zdá sa, že prirodzený „zákon a úsudok“ stratil pri nekonečných množinách svoju platnosť. Porovnanie nekonečných množín prinieslo prvé prekvapenie.



To nie je všetko. Ukážeme ešte jednu raritu. Aj kladných racionálnych čísiel, teda zlomkov, napr. $1/2$, $1/3$, $2/5$, ..., je toľko ako prirodzených čísiel. Čudujete sa? Ukážme si, že možno priradiť všetky prirodzené čísla, všetkým kladným racionálnym číslam. Pozrite sa na tabuľku vľavo. Určite sú tam všetky kladné zlomky, dokonca aj viackrát (lebo $4/2 = 2$, $6/2 = 3$ a tak ďalej). Očísľujte podľa postupu šípkov. Vidíte, že postupne preberieme všetky. To znamená, že ich je toľko ako prirodzených čísiel. Podivné, ale pri dotyku s nekonečnom je to možné. A predsa nie je len jedno nekonečno. Všetkých reálnych čísiel

je „podstatne viac“ ako prirodzených čísiel. Určite sa nedajú všetky reálne čísla očíslovať prirodzenými číslami (dôkaz sa menuje *diagonálna metóda*). Teda nie je nekonečne veľa prvkov ako nekonečne veľa prvkov. Je viac druhov nekonečna!

Videl to a neveril tomu

Nemecký matematik Georg Cantor našiel priradenie, pomocou ktorého bolo možné uznať, že počet bodov na úsečke je rovnaký, ako počet bodov vo štvorci, ktorý zostrojíme nad touto úsečkou. Sám si povedal: *Vidím to, ale neverím tomu*. Ani ďalší matematici nechceli uveriť novým poznatkom pri dotyku s nekonečnom. Napriek tomu sa teória množín, plná paradoxov, stala základným nástrojom pre zmocňovanie

sa nekonečna ako pojmu, s ktorým sa dá úspešne pracovať. Ťažko skúšaným otcom týchto nečakaných predstáv sa stal významný matematik **Georg Cantor**.

Životné osudy



Narodil sa v Petrohrade **3. marca 1845**. Bol prvorođeným synom obchodne zameraného protestantského otca, ktorý pochádzal z Dánska a umelecky orientovanej katolíckej matky z Nemecka. Už v základnej škole vynikal svojím nadaním. Otec chcel, aby bol lodným inžinierom. V roku 1856 sa presťahovali do Nemecka a usídlili sa vo Frankfurte nad Mohanom. Usilovný a pozorný **Georg** navštevoval priemyslovú školu v Darmstadte, ale túžil po štúdiu matematiky. Otec mu to nakoniec povolil a tak syn odišiel do Zürichu. Po smrti otca študoval **Georg** na univerzite v Berlíne matematiku, fyziku a filozofiu. Počúval prednášky

Weierstrassa, Kummera a Kroneckera. Začal sa zaujímať o teóriu čísiel i teóriu funkcií. Už pri obhajobe záverečnej práce (1867) vedel, že v matematike je dôležité umenie vedieť postaviť vhodnú otázku, než ju hneď aj vyriešiť. Stal sa učiteľom na strednej škole, bol docentom na univerzite v Halle (od 1869), kde pôsobil až do konca svojho života. Oženil sa (1874) s priateľkou svojej sestry a mali spolu šesť detí. Zaujímavosťou je, že žiadne z nich sa nevenovalo matematike. Ako riadny vysokoškolský profesor (od 1879) aj napriek zdravotným ťažkostiam, prednášal matematiku až do roku 1913. Zomrel 6. januára 1918 v Halle.



Iný spôsob uvažovania

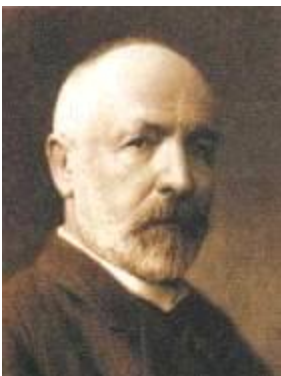
Cantor študoval otázky konvergencie radov s hodnotami goniometrických funkcií. Prišiel na myšlienku porovnávať nekonečné množiny tým, že hľadal vzájomné jednoznačné zobrazenie medzi nimi. Vytušil, že v podstata matematiky je v jej slobode. *Matematika je úplne slobodná vo svojom rozvoji*

a jej pojmy musia byť bezosporné a musia byť spojené s prv zavedenými pojmami prostredníctvom presných definícií. Novovytvorenú teóriu množín zverejnil (1878)

v odbornom časopise, pod názvom *Príspevok k teórii množín.*

Cantor ukázal (1874), že množina algebraických čísiel (t.j. tých, ktoré sú koreňom nejakého polynómu s celočíselnými koeficientmi) je spočítateľná a množina transcendentných čísiel (t.j. tých, ktoré nie sú algebraické) je nespočítateľná. Podal (1890) aj dôkaz nespočítateľnosti množiny reálnych čísiel *diagonálnou metódou. Metóda Cantorovej diagonály sa stala významnou kultúrnou hodnotou a jej poznanie dnes patrí aspoň tak k všeobecnej inteligencii, ako poznanie Bethovenovej hudby,*

Rembrandtových obrazov, alebo Shakespearových hier (L. Bukovský: *Množiny a všeličo okolo nich*. Bratislava, Alfa, 1985). Dost' dlho trvalo, kým netradičné



postupy naozaj presvedčili o svojom význame. Dnes vieme, že množinový spôsob nazerania ukázal cesty k ďalšiemu mohutnému rozvoju matematiky. Rozvinuli sa nové matematické disciplíny : topológia, teória reálnych funkcií, funkcionálna analýza. Teória množín sa stala podstatnou zložkou v základoch matematiky, vo filozofii nekonečna a podnietila záujem o štúdium metodologických otázok v matematike. Moderná axiomatická metóda buduje zároveň aj svoj jazyk i logický aparát. Teória množín, ako matematická teória nekonečna, prenikla aj do ďalších matematických disciplín. Množinové pojmy a vyjadrenia ovplyvnili aj jazyk a štýl výkladu elementárnej matematiky. *„Množinový smer dokázal nájsť cesty k ďalšiemu mohutnému rozvoju tam, kde klasické metódy už neponúkali nič nové... aj vo vyučovaní vyššej matematiky stále viac pôdy nadobúda smer, ktorý sa sústreďuje na množinový základ“* (E. Čech, 1893–1960).

Zložitá osobnosť

Temperamentný, činorodo nepokojný, duchaplný, aktívny a originálny Cantor mal cit pre vtip i romantiku. Posedel aj vo vinárni, rád diskutoval. Napriek tomu, že si veľmi vážil zodpovedný ľudský charakter, neskrýval svoje drobné ľudské slabosti. Po udelení *Sylvestrovej medaily* od londýnskej Royal Society, pred svojimi gratulantmi v Halle úprimne poznamenal:

V súvislosti s touto poctou som pocítil, že už nemôžem Angličanov tak nenávidieť ako predtým. Takí sme my, ľudia. Veľmi ťažko však niesol desaťročné odborné nepochopenie od svojich kolegov. K študentom mal vreľý vzťah a často sa aj stávalo sa, že ich pozval k sebe domov. Spoluprácu medzi matematikmi vnímal v širokom rozsahu a primeranej hĺbke. Zorganizoval vytvorenie matematickej spoločnosti v Nemecku a prispel k zvolaniu svetových kongresov matematikov. Bol členom vedeckých spoločností v Anglicku, Rusku, Taliansku, bol čestným doktorom univerzít v Nórsku a Škótsku.



Georg Cantor často aj psychicky trpel pre nové, ťažko pochopiteľné, matematické pravdy. Obhajoval neohraničené uznanie aktuálneho nekonečna a vytvoril zaujímavú „filozofiu nekonečna“. Vybadal, že ľudský rozum zaujíma v otázkach nekonečna úplne iné stanovisko ako intuícia. Pre hodnotenie svojich prác nežiadal nestranné posúdenie: *Ja pre svoje práce vyžadujem zaujatosť, nie však pre svoju pominuteľnú osobu, ale zaujatosť pre pravdu, ktorá je večná.* Nakoniec sa dočkal toho, že teória množín sa stala účinným nástrojom matematického poznania. Svojimi úsudkami prispel k tomu,

že je možné sa dotknúť nedotknuteľného. Mramorová busta v hlavnej budove univerzity v Halle pripomína nielen čaro Cantorovej osobnosti, ale aj trvalosť smeru, ktorým nás uviedol na cestu k aktuálnemu nekonečnu.

Emmy NOETHEROVÁ – život pre matematiku

Ženy a matematika

Pripomeňme si mená žien, ktoré zanechali trvalú stopu v histórii matematiky. *Hypatia* (375? – 415), dcéra alexandrijského matematika Theona, vyučovala matematiku i astronómiu. *Maria Gaetana Agnesi* (1718–1799), profesorka na univerzite v Bologni, napísala ako prvá žena učebnicu matematiky. Francúzka *Sophia Germainová* (1776–1831) prispela k teórii čísel a získala Veľkú cenu matematických vied od Institutu de France. Ruská profesorka *Sofia Vasiljevna Kovalovská* (1850–1891) otvorila ženám dvere do Petrohradskej akadémie. Matematickou 20. storočia sa stala **Emmy Noetherová (1882–1935)**, žena, ktorá žila len pre matematiku. Najväčšie potešenie nachádzala v odbornej práci.

Osudy žitia

Nadanie pre matematiku sa v rodine univerzitného profesora Maxa Noethera (1844–1921) pravdepodobne dedilo. Otec, syn i dcéra sa zapísali medzi významných matematikov. **Amalie Emmy Noetherová** sa narodila 23. marca 1882 v Erlangene,



malom bavorskom mestečku severne od Norimberku. Vychodila vyššiu dievčenskú školu, urobila skúšky pre vyučovanie francúzštiny a angličtiny. po vykonaní maturitnej skúšky (1903) sa však nemohla stať riadnou poslucháčkou vysokej školy. V Nemecku mohli ženy študovať na univerzite až od roku 1904. Emmy napriek tomu pravidelne navštevovala prednášky z histórie, jazykovedy, matematiky i fyziky. Na univerzitách v Erlangene i Göttingene. Od školského roku 1904/1905 bola riadnou poslucháčkou a venovala sa štúdiu matematiky.

Na základe odbornej práce z algebry získala doktorát (1907). Pracovala v matematickom ústave erlangenskej univerzity, neskôr na univerzite v Göttingene. Začala samostatne prednášať a viesť semináre, v roku 1922 bola vymenovaná za univerzitnú profesorku matematiky. Nacizmus, nenávidiaci židovský pôvod, ukončil jej pôsobenie na univerzitách v Nemecku (1933). Odišla do USA, kde vyučovala na dievčenskej škole v Pensylvánii. Po operácii zomrela **14. apríla 1935** v Bryn Mawr.

Duch vedy i ľudskosti

Vedeckým záujmom E. Noetherovej bola abstraktná algebra, teória ideálov, algebraická geometria. Sformulovala pojem grupy s operátormi, študovala problémy kombinatorickej topológie. Vynikala v abstraktnom pojmovou axiomatizovanom myslení, mala neobyčajnú predstavivosť pre najzložitejšie súvislosti, vedela presne odhaliť nové problémy. Prednášala vo Frankfurte (1928/1929), v Moskve (1930), v Prahe i v Ústave pre pokročilé štúdiá v Princetone (New Jersey, USA). Vytvorila vlastnú vedeckú školu. Veľmi známa publikácia,



dvojdielna učebnica vyššej algebry, napísaná jej spolupracovníkom holandským matematikom B. L. van Waerdenom, má podtitul "*S použitím prednášok Emila Artina a Emmy Noetherovej*".



Profesorka E. Noetherová nevynikala pri vyučovaní elementárnych matematických disciplín určených pre širší okruh študentov. Zaoberala sa výkladom spojeným s jej vlastnou vedeckou prácou. Pozorne, jednoducho a jasne vysvetľovala svoje predstavy a úsudky. O študijné i osobné problémy svojich žiakov prejavovala úprimný záujem. Mala dar humoru i zmysel pre družnosť. V pedagogickej i odbornej práci bola uznávaná od študentov i kolegov. V matematike a jej vyučovaní mala radosť z práce i života.



Život bez predsudkov

Emmy Noetherová pomohla odstraňovať neopodstatnené predsudky o ženskom matematickom myslení. Svojou odbornou prácou sa zaradila k najvýznamnejším ženám - matematickým všetkých dôb. I keď prevaha matematického nadania zatlačila do úzadia niektoré typické ženské zložky jej života, aj tak húževnatá a skromná Emmy bola často šťastná, obklopená prejavmi úcty i priateľstva. Nestarala sa veľmi o hmotné podmienky svojho života, nevynikala ženským pôvabom, ale v jej srdci nemali miesto ani zlomyseľnosť, ani žiadne ľudské zlo. Jej hlbokú ľudskú osobnosť spoznal každý, kto s ňou spolupracoval. Emmy Noetherová a jej odborný prínos boli ocenené aj od *Alberta Einsteina* (1879–1955) slovami: „*Podľa úsudku uznávaných žijúcich matematikov bola Emmy Noetherová najgeniálnejším tvorivým duchom medzi ženami od doby, kedy im bolo umožnené vyššie vzdelávanie. V ríši algebry, kde sa najnadanejší matematici po stáročia snažili preniknúť dopredu, odkryla metódy, ktoré majú netušený význam pre rozvoj matematiky súčasnej doby.*“



Alexis Claude CLAIRAUT – úspešný matematický talent

Osudy života a práce



Už v detstve získaval pevné základy v matematickom poznávaní. Jeho otec bol profesorom matematiky, neskôr aj dopisujúcim členom Akadémie v Berlíne. Alexis už vtedy, keď sa učil čítať spoznával aj Euklidove *Základy*. Už ako deväťročný ovládal základy diferenciálneho a integrálneho počtu aj základy analytickej geometrie. Trinásťročný zaslal svoj prvý príspevok do Akadémie, osobne tam vystúpil (1726) s matematickým pojednaním. V júli 1731 sa Clairaut stal najmladším členom Akadémie vied v Paríži. V roku 1734 študoval v Bazileji u Johanna Bernoulliho (1667–1748). V rokoch 1736 a 1737 sa Clairaut zúčastnil s Maupertiom expedície

do Laponska (severné Švédsko), aby spresnili určovanie zemepisnej dĺžky a overili sploštený tvar zemskej gule.

Výsledky odbornej činnosti

Francúzsky matematik, fyzik, astronóm i geodet Alexis Claude Clairaut

(7. 5. 1713 – **17. 5. 1765**) sa natrvalo zapísal do dejín prírodovedy. Experimentálne ukázal (aj meraním gravitačných síl v rôznych bodoch zemskeho povrchu na základe kyvadla), že tvar Zeme je na póloch sploštený vplyvom rotácie. Hmotnosť mesiaca určil na 1/67 hmotnosti Zeme. Vypracoval teóriu spomalenia pohybu Halleyovej kométy vplyvom gravitačného pôsobenia Jupitera a Saturna. Študoval problém troch telies, určoval dráhu mesiaca okolo Zeme pod gravitačným vplyvom Slnka. Clairaut prispel k objasneniu aberácie svetla, zostrojil šošovku z dvoch rôznych druhov skla.



V matematike študoval priestorové krivky, venoval sa analytickej a diferenciálnej geometrii. Využíval a rozširoval diferenciálny a integrálny počet, vyslovil podmienky integrácie lineárnych diferenciálnych rovníc prvého rádu. Zaviedol pojem všeobecného a partikulárneho riešenia, pojem totálneho diferenciálu funkcií viacerých premenných i pojem afinného zobrazenia. V roku 1733 napísal Clairaut pojednanie o variačnom počte. Vydal aj úspešné učebnice z algebry (1749) a z geometrie (1765). Za výsledky svojej vedeckej práce bol zvolený do Kráľovskej spoločnosti v Londýne, do berlínskej Akadémie, aj do akadémií v Petrohrade, Bologni a Uppsale.

Felix KLEIN – zjednotiteľ geometrií

Aj matematika sa rozvíja

Ideálom určitej časti antickej matematiky bolo deduktívne odvodenie matematiky z určitých základných predpokladov. *Z uvažovania o dejinách matematiky vyplýva, že jej ideálne požiadavky sa vyvíjajú s pokrokom vedy. Je zaujímavé pozorovať ako súčasníci vždy veria, že v tomto smere urobili čo najviac a ako ich potom budúce generácie vo svojich požiadavkách a výkonoch prekonajú. To sa stalo Euklidovi i Gaussovi. Zdá sa, že v tomto smere nie je vývoj ohraničený, lebo tak to už pri tvorivej vynachádzavosti býva.* Nemecký matematik Felix Klein (1849–1925) týmito slovami naznačil, že matematická veda sa zo zásady nemôže uspokojiť s dosiahnutým stavom.

Jednoduchý životný príbeh

Felix Klein prišiel na svet v nepokojnej dobe revolučných bojov 25. apríla 1849 v Düsseldorfe, v rodine štátneho úradníka. Prvé vedomosti získal od svojej neobyčajne vzdelanej matky.

Do základnej školy chodil iba dva a pol roka. V osemročnom humanistickom gymnáziu neboli matematika a prírodné vedy v strede záujmu. Vlastným úsilím sa práve tu naučil vedecky pracovať – chcel a vedel systematicky študovať. Šestnásťročný odišiel na univerzitu do Bonnu. Keď sa stal asistentom J. Plückeru jeho záujem o matematiku a fyziku podstatne vzrástol. Promoval u R. Lipschitza v decembri roku 1868. Študijný pobyt v Paríži (1870) prispel k spolupráci s nórsym matematikom Sophusom Lie. Klein úplne pochopil neeuklidovskú geometriu i zásadný význam pojmu grupa v geometrii. V roku 1872 bol povolaný za riadneho profesora matematiky na univerzitu v Erlangene. Pôsobil aj na Vyššej technickej škole v Mníchove, na univerzite v Lipsku. Od roku 1888 bol profesorom na univerzite v Göttingene. Do výslužby odišiel v roku 1913. Zomrel **22. júna 1925** v Göttingene.



Erlangenský program

Úvodná prednáška 23-ročného matematika na univerzite v Erlangene (1872) sa stala



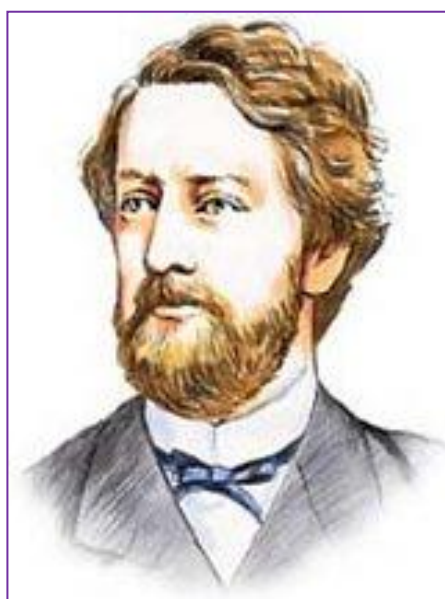
významným zhrnutím i náčrtom perspektív pre rozvoj geometrie. Klein odhalil vnútorné súvislosti medzi jednotlivými odvetviami matematiky, ktoré umožnili nové netradičné prístupy pre riešenie viacerých problémov. V tom čase bola matematika vo víre nových geometrických teórií (Lobačevskij, Cayley, Grassmann, Möbius, Monge, Poncelet, Steiner a ďalší). Chýbal spoločný jazyk, univerzálny uhol pohľadu. Klein charakterizoval geometriu ako súhrn vlastností priestoru, ktoré sú invariantné vzhľadom na grupu

lineárnych transformácií uvažovaného priestoru. Tým usporiadal existujúce geometrické teórie a určil program ďalšieho rozvoja celej geometrie. Neskôr definíciu geometrie ešte zovšeobecnil francúzsky matematik Elie Cartan.

Vedec i redaktor



Felix Klein zavŕšil „zlatý vek“ geometrie. Vytvoril model Lobačevského geometrie a tam dokázal bezospornosť neeuclidovskej geometrie. Pracoval aj v oblasti teórie funkcií, teórie transformácií a teórie algebraických rovníc. Jeho tvorivá činnosť v oblasti teoretickej matematiky skončila v roku 1882. Neustala však práca aplikačná, pedagogická a organizačná. Na mníchovskej technike pochopil dôležitosť uplatnenia matematiky a fyziky v priemysle. Prehľbil niektoré myšlienky v matematickej fyzike, hlavne v teórii potenciálu. Tu získal podnety k štúdiu tzv. automorfných funkcií komplexnej premennej. Klein bol od roku 1876 skoro 40 rokov redaktorom *Mathematische Annalen*, jedného z najznámejších matematických časopisov. Redigoval aj objemnú *Encyklopédiu matematických náuk*. V roku 1893 sa zúčastnil matematického kongresu v Chicagu. Pred prvou svetovou vojnou organizoval Medzinárodnú komisiu pre výučbu matematiky. Záujem o vyučovanie matematiky bol u neho obdivuhodný. Tomuto problému sa dovedy nevenoval žiadny matematik takéhoto formátu. Jeho prednášky určované vývojom matematiky 19. storočia sú dodnes využívané. Klein, matematik širokých záujmov vo svojej vede, dokázal z historického vývoja získať poučenie pre pochopenie celistvosti matematiky. Spoznal, že vedecky učiť znamená priviesť človeka k tomu, aby vedecky myslel.



Závěrečné rozlúčenie a povzbudenie

Verím, že aj tieto správy o ľudských osudoch význačných matematikov, ktorí zanechali podnetné myšlienky pre všetkých ostatných ľudí, budú impulzom pre hlbšie a trvalejšie poznávanie i šírenie matematických tajomstiev v úsilí našich výchovno–vzdelávacích inštitúcií i každého zodpovedného učiteľa matematiky zvlášť. Ponúkam učiteľom niekoľko zaujímavých a podnetných myšlienok:

- *Prvou z ľudských vecí je výchova. Lebo aké kto zaseje semeno do zeme, takú aj treba očakávať žatvu.* (Antifon)
- *Dobrý učiteľ je ten muž, ktorý podnecuje svojich žiakov pre samostatné myslenie.* (Konfucius)
- *Lepšie je učiť ľudí, ako majú myslieť, a nie čo majú myslieť. Tým sa vyhneme mnohým nedorozumeniam.* (G. Lichtenberg)
- *Všetko vyučujeme a učíme sa príkladom, pravidlami a cvičeniami.* (J.A. Komenský)
- *Pri učení môže byť pre nás knihou všetko, čo sa odohráva pred našimi očami.* (M. Montaigne)
- *Nijaký človek nie je taký hlupák, aby nedospel k úspechu aspoň jednej veci, ak je v nej vytrvalý.* (Leonardo da Vinci)
- *Cieľom výchovy je predovšetkým vypestovať zmysel pre hodnoty a ich systém... Do knihy môžeš uložiť talent, ale lásku je možné vložiť iba do života.* (D. Pecka)
- *Vedomosti bez svedomia – to je skaza duše.* (Rabelais)
- *Ani strach, ani trest nech nie sú hlavnými pohnútkami, pomocou ktorých by sme viedli mládež k tomu, čo je pravé a dobré, ale nech to je privetivosť a láska... Ak chcete ľudí zmeniť, musíte ich milovať.* (J.H. Pestalozzi)
- *Nič nemôžete nájsť, ak sa z vás stanú lenivci, ktorí považujú uprostred svojich zásob i samých seba za hotovú úrodu. Lebo úroda neexistuje, a kto prestane rásť, ten umiera.* (A. de Saint-Exupéry)

Prajem vám skutočnú odvahu i premyslenú rozvahu v motivačno-popularizačnom úsilí každodennej učiteľskej práce.

Dušan JEDINÁK