

## 17 úloh pre rok 2017

Ponúkam jednoduché a možno aj niektoré mierne podnetné úlohy, v ktorých hrá zaujímavú úlohu číslo **2017**.



1. Stanovte počet prirodzených čísel od 1 do  $10^6$ , ktoré končia štvorčíslím **2017**.
2. Stanovte, koľko prvočísel menších než **2017** má ciferný súčet dve.
3. V desiatkovej číselnej sústave stanovte ciferný súčet čísla  $(10^{2017} + 2017)$ .
4. Stanovte poslednú cifru čísla  $(2017^{2017} - 17)$  vyjadreného v desiatkovej číselnej sústave.
5. Stanovte prvú číslicu najmenšieho prirodzeného čísla, ktorého súčet číslic je **2017**.
6. Zapišme za sebou čísla od 1 do 999: 1234567891011121314 ... 997998999. Stanovte, aká číslica je na **2017**. mieste od začiatku.
7. Stanovte hodnotu výrazu
$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2015}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2016}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2017}\right).$$
8. Stanovte zvyšok po delení čísla  $10^{2017}$  číslom 15.
9. Stanovte poslednú cifru desatinného rozvoja čísla  $5^{-2017}$ .
10. Stanovte číselnú hodnotu výrazu
$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} + \frac{1}{2016 \cdot 2017} =$$
11. Zápis čísla **K** v desiatkovej sústave sa skladá z **2017** deviatok (999 ... 999). Stanovte, koľko deviatok obsahuje desiatkový zápis čísla **K<sup>2</sup>**.
12. V encyklopédii je očíslovaných **2017** strán (prirodzené čísla do **2017** vrátane). Stanovte, koľkokrát sa na týchto očíslovaných stránkach vyskytuje číslica **7**.
13. Stanovte, koľko prirodzených čísel menších než  $10^{2017}$  má ciferný súčet 3.
14. Nájdite všetky rôzne trojice prirodzených čísel  $x < y < z$ , ktoré sú riešením rovnice  $x \cdot y \cdot z + 4 = 2017$ .
15. Stanovte, koľko rôznych štvoríc prirodzených čísel  $x < y < z < t$  je riešením rovnice  $x \cdot y \cdot z \cdot t + 15 = 2017$ .
16. Na tabuli sú napísané všetky prirodzené čísla od 1 do **2017** (vrátane). Ak najprv označíme z nich všetky, ktoré sú deliteľné dvomi, potom inou značkou označíme všetky čísla deliteľné tromi a na záver označíme zase inou značkou všetky čísla deliteľné štyrmi, stanovte, koľko z čísel na tabuli bude potom označených práve dvomi značkami.
17. Vieme, že  $s_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots (-1)^{n-1} \cdot n$ . Stanovte  $s_{2016} + s_{2017}$ .

## Správne odpovede:

1. počet hľadaných čísel je 100
2. sú len tri také prvočísla (2; 11; 101)
3. ciferný súčet je 11
4. posledná cifra je 0
5. prvá číslica je 1
6. na 2017. mieste od začiatku je číslica 7
7. hodnota výrazu je 1008,5
8. zvyšok po delení je 10
9. posledná cifra je 2
10. 2016/2017, teda približne 0,999504214179
11. deviatok je tam 2016
12. číslica 7 sa tam vyskytuje 602 krát
13. požadovaných čísel je 1 369 657 969
14. (použi  $2013 = 3 \cdot 11 \cdot 61$ ) rôzne trojice sú štyri:  
1, 3, 671; 1, 11, 183; 1, 33, 61; 3, 11, 61
15. (použi  $2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ ) požadovaných rôznych štvoríc je sedem
16. čísel označených práve dvomi značkami je 504
17. súčet je 1

